Logistisches Wachstum

Spickzettel Aufgaben Lösungen PLUS

Beim **logistischen Wachstum** handelt es sich um ein mathematisches Modell, welches oft für Wachstumsprozesse bei Bakterien angewendet wird. Hier wird das Modell des exponentiellen Wachstums so angepasst, dass es den Verbrauch einer Ressource mit einschließt. Bei einer Bakterienkultur könnte das beispielsweise der Nährboden, der nur eine begrenzte Größe hat, sein. Zu Beginn verläuft der Wachstumsprozess somit exponentiell und, wenn man sich der Sättigungsgrenze nähert, wird er durch ein beschränktes Wachstumsmodell beschrieben.

Modell

Eine **logistische Wachstumsfunktion** besitzt folgende Änderungsrate:

$$R = \frac{\Delta B}{\Delta t} = k \cdot (S - B(t)) \cdot B(t)$$

Dabei gilt Folgendes für die Parameter:

- t: Zeit
- $B(t)$: Bestandsgröße nach t Zeitschritten
- S: natürliche Schranke
- k: Konstante
- $S - B(t)$: Sättigungsmanko

Beispiel

Auf einem Nährboden vermehrt sich eine Bakterienkultur. Zu Beobachtungsbeginn befindet sich eine Bakterienkultur aus 15 Bakterien auf dem Nährboden, wobei wir Zeitschritte in Tagen beobachten . Der Nährboden bietet Platz für ca. 200 Bakterien. Die Änderungsrate wird beschrieben durch:

$$R = \frac{\Delta B}{\Delta t} = 0,005 \cdot (200 - B(t)) \cdot B(t)$$

- Der Anfangsbestand $B(0)$ ist gegeben durch 15 Bakterien
- Da maximal 200 Bakterien auf dem Nährboden Platz finden, gilt $S = 200$
- Aus der Formel für R kannst du $k = 0,005$ ablesen

Um die Änderungsrate für den ersten Tag zu bestimmen, setzt du $B(0)$ in die obige Formel für R ein:

$$R = \frac{\Delta B}{\Delta t} = 0,005 \cdot (200 - B(0)) \cdot B(0) = 0,005 \cdot (200 - 15) \cdot 15 = 13,875 \approx 14$$

Somit gilt für den Bestand nach einem Tag:

$$B(1) = B(0) + R = 29$$