

Mathe-Wettbewerb am Siebold 2012

Klassen 5a, 5b, 5c, 5d und 5e

Hinweise:

1. Wettbewerbsaufgaben sind keine Schulaufgaben. In der Regel benötigt man einige Zeit, bis das gestellte Problem ganz erfasst ist. Überlegt Euch Beispiele, zeichnet zuerst auf einem Überlegungsblatt oder bastelt vielleicht.
2. In der „Reinschrift“ Eurer Lösung kommt es auch darauf an, dass Ihr Euren Lösungsweg anschaulich beschreibt (Skizzen!), besonders geschickte Lösungsideen erklärt und logisch richtig und sprachlich gut darstellt.
3. Falls Ihr eine Aufgabe nicht vollständig lösen könnt, solltet Ihr wenigstens Eure Lösungsversuche beschreiben, da auch diese bei der Bewertung berücksichtigt werden, soweit sie für die Lösung brauchbar sind. Nicht verzagen!

Viel Spaß und Erfolg wünschen Euch die Mathelehrer des SGW

Aufgabe 1:

Die Amnestie des Königs

Anlässlich seines 50. Geburtstages will ein König einen Teil der 500 im Kerker sitzenden Gefangenen amnestieren. Dazu gibt der König dem Kerkermeister eine genaue Anweisung, wie die Teilamnestie durchzuführen ist:

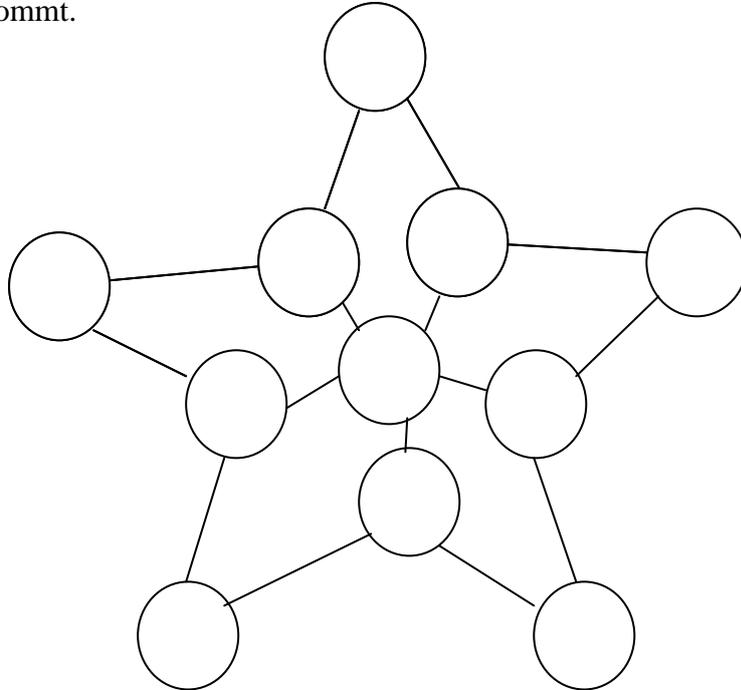
Beim 1. Durchgang dreht der Kerkermeister den Schlüssel im Schloss jeder Türe im Kerker.
Beim 2. Durchgang im Schloss jeder 2. Türe. Beim 3. Durchgang im Schloss jeder 3. Türe.
Beim 4. Durchgang im Schloss jeder 4. Türe und so weiter bis zur 500. Tür im Kerker.
Die Schlösser der Türen sind so gearbeitet, dass sie beim ersten Drehen offen sind, beim zweiten Drehen wieder geschlossen, beim dritten wieder offen und so weiter.

Wie viele der 500 Gefangenen können nach dieser Prozedur durch eine offene Türe in die Freiheit?

Aufgabe 2:

Zahlenstern

Tragt die Zahlen 2002, 2003, ... 2012 so in die Kreise ein, dass die Summen der vier Zahlen an den Ecken eines jeden der fünf Vierecke übereinstimmen und 2012 in möglichst vielen Vierecken vorkommt.



Aufgabe 3:

Unter Räubern

Die Räuber in den Würzburger Weinbergen haben vereinbart, dass sie den von ihnen überfallenen Opfern immer nur die Hälfte ihres Geldes abnehmen. Der Lehrer Di Stefano Sachso hat das Pech, dass er nacheinander gleich von drei Räubern überfallen wird. Der erste übersieht jedoch einen 200-Euro-Schein in der Geheimitasche von Di Stefano; der zweite verliert einen 100-Euro-Schein, den Di Stefano findet. Anschließend macht der dritte Räuber beim Nachzählen einen Fehler und gibt 50 Euro an Di Stefano zurück. Deswegen besitzt Di Stefano Sachso am Ende der Überfälle 200 Euro. Wie viel Geld hatte Di Stefano ursprünglich?

Aufgabe 4:

Papierschnipsel

Leonie hat 10 Blatt Papier. Sie zerschneidet einige oder alle Blätter in jeweils 9 Stücke. Von diesen Papierstücken zerschneidet sie wiederum einige oder alle in neun Teile. So macht sie tapfer weiter. Kann sie irgendwann genau 2012 Papierstücke erhalten? Wie viele Schnitte würde sie dafür brauchen?

Lösungen:

Aufgabe 1:

Die Amnestie des Königs

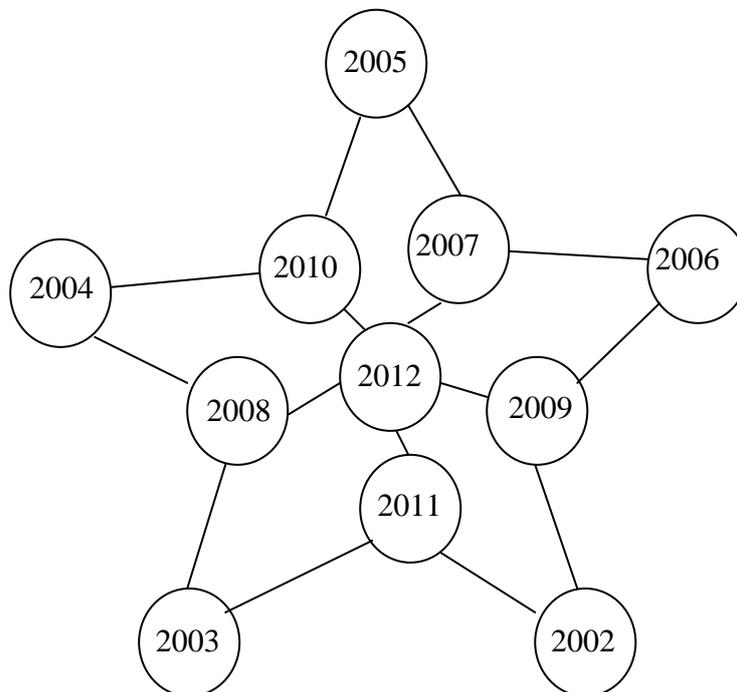
Nach 500 Durchgängen sind genau diejenigen Türen offen, die bei einer ungeraden Anzahl von Durchgängen berücksichtigt worden sind.

Aus Sicht der Zahlentheorie bedeutet dies, dass die Nummer einer Tür, die nach 500 Durchgängen offen sein soll, eine ungerade Anzahl von Teilern haben muss. Das sind aber genau die Quadratzahlen. Um die Ausgangsfrage zu beantworten, muss man also feststellen, wie viele Quadratzahlen es bis 500 gibt. Da $22^2=484$ die größte Quadratzahl ist, die kleiner als 500 ist, sind nach den 500 Durchgängen genau 22 Türen offen.

Aufgabe 2:

Zahlenstern

z.B.



Aufgabe 3:

Unter Räuubern : Insgesamt : 600 Euro

Aufgabe 4:

Papierschnipsel : $2012 \neq 10 + 8n$