Institut für Physik WS 2014/2015

Friederike Schmid

Übungen zur Vorlesung Theorie I (Mechanik)

Blatt 5

Quickies:

38. Was versteht man unter dem differentiellen Streuquerschnitt?
39. Was versteht man unter dem totalen Streuquerschnitt?
40. Was ist Rutherford-Streuung?

Aufgaben (abzugeben in der Vorlesung vom 5.12.2014)

Aufgabe 13) Streuung an einer harten Kugel (10 Punkte)

Berechnen Sie den differentiellen und den totalen Streuquerschnitt eines Punktteilchens der Masse m an einer harten Kugel mit Radius R und Zentrum im Ursprung. Das Potential lautet

$$U(r) = \begin{cases} \infty & : \quad r \leq R \\ 0 & : \quad r > R \end{cases} \tag{1}$$

Gehen Sie folgendermaßen vor.

(a) Benutzen Sie die Formel aus der Vorlesung,

$$\theta = \pi - 2 \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{\mathrm{d}r}{r^2} \frac{b}{\sqrt{1 - 2mU(r)/p^2 - b^2/r^2}}, \tag{2}$$

um den Zusammenhang zwischen dem Stoßparameter b und den Streuwinkel θ herzuleiten.

(b) Alternativ können Sie den Streuwinkel auch geometrisch herleiten. Das Teilchen prallt an der Oberfläche der Kugel elastisch ab, so dass der Ausfallswinkel zur Oberflächennormale gleich dem Einfallswinkel ist. Verifizieren Sie, dass das Ergebnis aus dieser geometrischen Überlegung mit dem Ergebnis von (a) übereinstimmt.

(c) Berechnen Sie nun den differentiellen Streuquerschnitt mit Hilfe des Ergebnisses von (a) bzw. (b). Sie erhalten $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = R^2/4$.

(d) Berechnen Sie den totalen Streuquerschnitt $\sigma = \int \mathrm{d}\Omega \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}$, wobei das Integral über alle Raumwinkel geht (die Einheitskugel). Diskutieren Sie das Ergebnis. Hätten Sie auch so darauf kommen können?

Aufgabe 14) <u>Streuung in zwei Dimensionen</u> (10 Punkte)

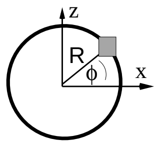
In einer zweidimensionalen Welt wird ein Punktteilchen an einem Zentralpotential $U(r)$ gestreut. In zwei Dimensionen streuen Sie nicht in einen Raumwinkel, sondern in den ebenen Winkel $\mathrm{d}\theta$. Der differentielle Streuquerschnitt ist durch $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\theta}$ gegeben.

(a) Argumentieren Sie: Auch in zwei Dimensionen kann man den Zusammenhang zwischen Streuwinkel θ und Stossparameter b über die Gleichung (2) (Aufgabe 13) berechnen.

(b) Zeigen Sie: Falls die Funktion $\theta(b)$ eindeutig umkehrbar ist, gilt $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\theta} = |\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}\theta}|$.

(c) Berechnen Sie den differentiellen Streuquerschnitt im zweidimensionalen System für die Streuung eines Teilchens der Masse m und des Impulses p an dem Potential $U(r) = -\alpha/r$. (Ergebnisse aus der Vorlesung und dem Skript dürfen verwendet werden).

Aufgabe 15) <u>Zwangsbedingungen im Looping</u> (10 Punkte)



Eine Masse m bewege sich auf einer Schiene in einem kreisförmigen (senkrechten) Looping des Radius R (siehe Bild). Sie unterliegt der Schwerkraft, kann aber nicht herausfallen.

In dieser Aufgabe sollen Sie die Zwangsbedingungen analysieren und die Zwangskräfte berechnen, die die Masse in der Schiene halten.

(a) Zeigen Sie: In differentieller Form lässt sich die Zwangsbedingung in die Form $x\,dx + z\,dz = 0$ bringen. Stellen Sie damit die Lagrange-Gleichungen erster Art auf. Welche allgemeine Form hat die Zwangskraft, welche die Zwangsbedingung sichert?

(b) Berechnen Sie die Zwangskraft als Funktion von z und der Geschwindigkeit v.

(c) Als generalisierte Koordinate eignet sich der Winkel ϕ (siehe Bild). Stellen Sie die Lagrange-Funktion $\mathcal{L}(\phi, \dot{\phi})$ auf und leiten Sie daraus die Bewegungsgleichung für ϕ (d.h. die Lagrange-Gleichungen zweiter Art) ab.

Hinweis: Die Lagrange-Funktion und die Lagrange-Gleichungen zweiter Art werden in der Vorlesung am Montag behandelt werden. Vorher können Sie diese Teilaufgabe noch nicht lösen.