Institut für Physik WS 2016/2017

Friederike Schmid

Übungen zur Vorlesung Theorie I (Mechanik)

Blatt 4

Bitte geben Sie auf dem Blatt auch an, wieviel Zeit Sie für die Bearbeitung gebraucht haben.

Quickies:

34. Was versteht man unter einem differentiellen Streuquerschnitt?
35. Was versteht man unter dem totalen Streuquerschnitt?
36. Was versteht man unter Rutherford-Streuung?

Aufgaben (abzugeben bis spätestens 10:00 am 28. November)
Abgabe: Einwurf in den roten Kasten Nr. 34 im Erdgeschoss des Physik-Gebäudes (Staudingerweg 7)

Aufgabe 10) Zentralpotential III (10 Punkte)

Ein Massenpunkt bewege sich in einem Zentralpotential $V(r)$ mit gegebener Energie E und Drehimpuls l.

(a) Die Bahnkurve $r(\phi)$ bzw. $\phi(r)$ sei bekannt. Leiten Sie daraus einen Ausdruck für $V(r)$ her.

(b) Betrachten Sie nun konkret folgenden Fall: Die Masse m beschreibe eine Kreisbahn mit Radius r_0 in der (x, y)-Ebene um den Punkt $(x, y, z) = (r_0, 0, 0)$ (d.h. , das Zentrum der Kreisbahn ist nicht der Ursprung, sondern der Punkt $(r_0, 0, 0)$. In welchem Potential bewegt sie sich?

Aufgabe 11) Streuung an einer harten Kugel (10 Punkte)

Berechnen Sie den differentiellen und den totalen Streuquerschnitt eines Punktteilchens der Masse m an einer harten Kugel mit Radius R und Zentrum im Ursprung. Das Potential lautet

$$U(r) = \begin{cases} \infty & : \quad r \leq R \\ 0 & : \quad r > R \end{cases} \tag{1}$$

Gehen Sie folgendermaßen vor.

(a) Benutzen Sie die Formel aus der Vorlesung,

$$\theta = \pi - 2 \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{\mathrm{d}r}{r^2} \frac{b}{\sqrt{1 - 2mU(r)/p^2 - b^2/r^2}}, \tag{2}$$

um den Zusammenhang zwischen dem Stoßparameter b und den Streuwinkel θ herzuleiten.

(b) Alternativ können Sie den Streuwinkel auch geometrisch herleiten. Das Teilchen prallt an der Oberfläche der Kugel elastisch ab, so dass der Ausfallswinkel zur Oberflächennormale gleich dem Einfallswinkel ist. Verifizieren Sie, dass das Ergebnis aus dieser geometrischen Überlegung mit dem Ergebnis von (a) übereinstimmt.

(c) Berechnen Sie nun den differentiellen Streuquerschnitt mit Hilfe des Ergebnisses von (a) bzw. (b).

(d) Berechnen Sie den totalen Streuquerschnitt $\sigma = \int \mathrm{d}\Omega \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}$, wobei das Integral über alle Raumwinkel geht (die Einheitskugel). Verifizieren Sie, dass das Ergebnis wie in der Vorlesung behauptet tatsächlich $\sigma = \pi R^2$ ist.

Aufgabe 12) **Streuung in zwei Dimensionen** (10 Punkte)

In einer zweidimensionalen Welt wird ein Punktteilchen an einem Zentralpotential $U(r)$ gestreut. In zwei Dimensionen streuen Sie nicht in einen Raumwinkel, sondern in den ebenen Winkel $\mathrm{d}\theta$. Der differentielle Streuquerschnitt ist durch $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\theta}$ gegeben.

(a) Argumentieren Sie: Auch in zwei Dimensionen kann man den Zusammenhang zwischen Streuwinkel θ und Stossparameter b über die Gleichung (2) (Aufgabe 11) berechnen.

(b) Zeigen Sie: Falls die Funktion $\theta(b)$ eindeutig umkehrbar ist, gilt $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\theta} = |\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}\theta}|$.

(c) Berechnen Sie den differentiellen Streuquerschnitt im zweidimensionalen System für die Streuung eines Teilchens der Masse m und des Impulses p an dem Potential $U(r) = -\alpha/r$. (Ergebnisse aus der Vorlesung und dem Skript dürfen verwendet werden).