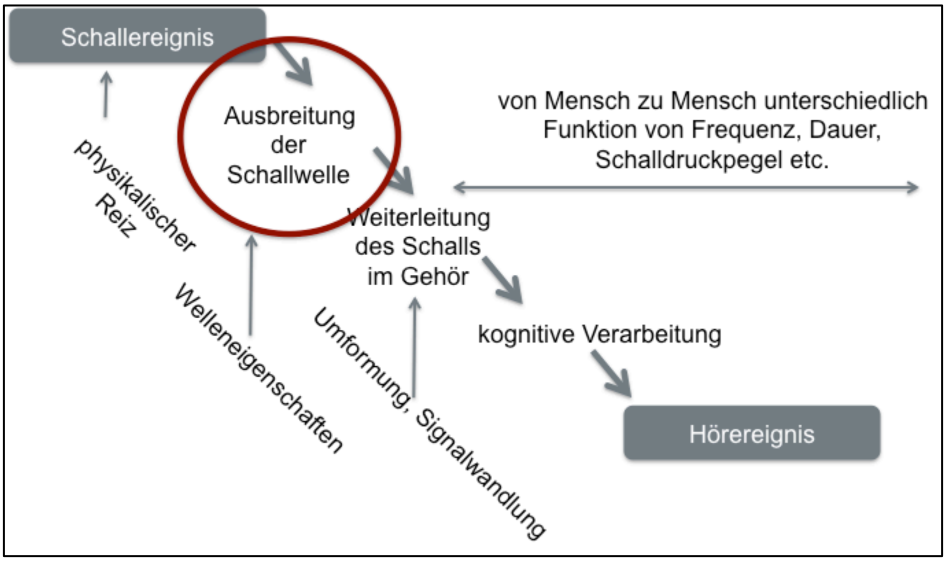
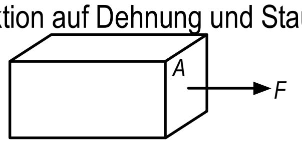
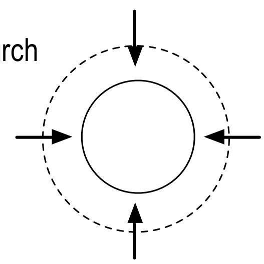
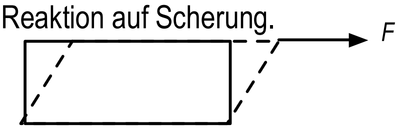
Schallgeschwindigkeit

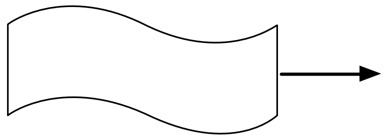
Die nachfolgenden Versuche verfolgen die physikalischen Aspekte des Prozesses von der Schallerzeugung bis hin zur Schallwahrnehmung. Kognitive Aspekte stehen nicht im Vordergrund.



Bei der Auseinandersetzun mit der Ausbreitung des Schalls vom Entstehungsort hin zum Ohr / Mikrofon müssen wir uns mit seinen Welleneigenschaften auseinandersetzen. Diese sollen überblicksartig zusammengestellt werden:

<u>Schall als mechanische Welle</u>
Schall ist eine mechanische (ebenso: elastische) Welle. Teilchen im Medium werden aus ihrer Ruhelage ausgelenkt. Sie erfahren eine rücktreibende Kraft entsprechend der elastischen Eigenschaften des Materials. Die elastische Kopplung der Teilchen untereinander vermittelt den Energietransport. Je nachdem, ob die Schallwelle sich in einem Festkörper oder in einem Fluid (Flüssigkeiten, Gase) ausbreitet, gibt es verschiedene Ausbreitungsmodi.

Festkörper	Fluid
Elastische Reaktion auf Dehnung und Stauchung  $\sigma = \frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$ E: Elastizitätsmodul Periodisches Einwirken im Sinne einer Dehnung oder Stauchung auf den Festkörper führt zu einer <u>Längs-</u> oder <u>Longitudinalwelle</u> im Festkörper 	Elastischer Widerstand gegen Druckerhöhung / Kompression. Allseitige Druckerhöhung durch Kompression.  $p = \frac{F}{A} = \kappa \cdot \frac{\Delta V}{V}$ κ: Kompressibilität periodische Druckerhöhung führt zu einer <u>Longitudinalwelle</u> im Fluid.
Elastische Reaktion auf Scherung.  $\tau = \frac{F}{A} = G\gamma$	Gegen Scherung gibt es im Fluid <u>keinen</u> Widerstand. <u>Transversalwellen</u> können im Fluid nicht auftreten.

G: Schubmodul, Schermodul, Torsionsmodul Periodisches Einwirken im Sinne einer Scherung führt zu einer <u>Quer-</u> oder <u>Transversalwelle</u> 	

Die elastischen Konstanten E, G bzw. κ beinhalten Informationen über die Kopplung der Teilchen im Material. Beispielsweise bedeutet ein großes Elastizitätsmodul, dass die Teilchen im Festkörper in Längsrichtung stark gekoppelt sind. Demnach wird eine Zugspannung nur eine kleine Verformung verursachen, und benachbarte Teilchen werden die einwirkende Kraft schon bei geringen Verformungen zu spüren bekommen. Entsprechend wird die Verformung im Körper schnell weitergeleitet - die Schallgeschwindigkeit ist hoch. Es gelten die Zusammenhänge

$$c_{FK,Long} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, c_{FK,Trans} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

Das Auftreten zweier unterschiedlicher elastischer Konstanten im Festkörper bedeutet auch, dass sich Longitudinal- und Transversalwellen unterschiedlich schnell ausbreiten. Da i.A. $E > G$ folgt $c_{FK,Long} > c_{FK,Trans}$.

$$c_{Fl} = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$$

Unsere Kenntnisse über den inneren Aufbau der Erde resultieren zu großen Teilen aus Schallgeschwindigkeitsmessungen. Die bei Erdbeben ausgesendeten elastischen Wellen können verfolgt und registriert werden. Longitudinale P-Wellen (Stoß-Wellen) treffen an der Erdoberfläche über / nah dem Epizentrum zuerst ein. Die sekundären Scherwellen (S-Wellen) erreichen die Oberfläche später. Sie können sich zudem nicht durch die flüssigen Mantelschichten ausbreiten - entsprechend schattet der flüssige Mantel Erdbereiche für S-Wellen ab.

<u>2. Mathematische Beschreibung der Wellenausbreitung</u>

(Harmonische) Schwingungen beschreiben wir durch lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

Für Wellen muss nun aber auch die räumliche Ausbreitung Berücksichtigung finden - wenig überraschend in Form einer zweifachen Ortsableitung. Die Wellengleichung berücksichtigt beides:

$$0 = \ddot{\phi} - c^2\phi''$$

Diese Gleichung wird durch beliebige Funktionen der Form

$$\phi(x,t) = \phi\left(2\pi f t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

gelöst. Davon können wir uns durch Bilden der zweiten Ableitungen nach Zeit und Ort und anschließendes Einsetzen überzeugen. Das Ergebnis der Rechnung ist ein Zusammenhang, der wegen der Allgemeinheit der bisherigen Rechnung für sämtliche Wellen gilt:

$$c = \lambda \cdot f.$$

Um nun die Ausbreitung einer Welle weiter zu untersuchen, schauen wir, in welcher Zeit δt eine Welle den Weg δx zurücklegt. Wir müssen dazu vergleichen, wann ϕ den gleichen Wert annimmt:

$$\phi(x + \delta x, t + \delta t) = \phi(x,t)$$

$$\phi\left(2\pi f(t+\delta t)-\frac{2\pi}{\lambda}(x+\delta x)\right)=\phi\left(2\pi f t-\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$2\pi f(t+\delta t)-\frac{2\pi}{\lambda}(x+\delta x)=2\pi f t-\frac{2\pi}{\lambda}x$$

$$\lambda\cdot f=\frac{\delta x}{\delta t}=c=const.$$

Die Wellenausbreitung folgt also einer geradlinig gleichförmigen Bewegung.
Folglich ist die Schallgeschwindigkeit einfach durch Messung der Laufzeit für eine bestimmte Strecke bestimmbar - vorausgesetzt man kann die Zeit ausreichend genau messen. Umgekehrt gilt aber auch: Aus der Laufzeit der Schallwelle kann bei bekannter Schallgeschwindigkeit der zurückgelegte Weg bestimmt werden. Dies ist beispielsweise die Grundlage der Ultraschalldiagnostik.