

Volks- wirtschaftslehre

Grundstudium

Die arbeitsteilungskompatible Kalkulation von Produktionspreisen

Prof. Dr. Fritz Helmedag, Chemnitz

Im Jahr 1960 erschien ein schlankes Buch von Piero Sraffa (1898 - 1983) mit dem Titel „Production of Commodities by Means of Commodities“ (dt.: Warenproduktion mittels Waren; vgl. Saffra 1976). Damit wurde eine Renaissance „klassischer“ Betrachtungsweisen und Ansätze in der Ökonomik ausgelöst. Sraffa gilt als Begründer der „neoricardianischen“ Schule, deren Arbeitsgebiet hauptsächlich die „Kapitaltheorie“ ist, womit in diesem Kontext Studien gemeint sind, welche die Beziehungen zwischen funktioneller Verteilung, Produktionspreisen und Technikwahl erörtern. Im Zentrum steht die objektive Wertlehre: Gesucht werden die Bezugspunkte, um welche die von Angebot und Nachfrage mehr oder weniger zufällig beeinflussten Marktpreise schwanken. Anhand der ersten Kapitel von Sraffas Schrift analysieren wir zunächst, wie die als Gravitationszentrum dienenden Produktionspreise (synonym: „natürliche Preise“ oder „Werte“) widerspruchsfrei zu kalkulieren sind. In einem späteren Beitrag werden die verschiedenen Recheneinheiten unter die Lupe genommen, die Sraffa zur Preismessung präsentiert.

I. Dinge machen Sachen

1. Güter erzeugen Güter

Einfache Warenproduktion

Sraffa beginnt seine Darlegung mit einer „... extrem einfache[n] Gesellschaft, die gerade genug erzeugt, um sich selbst zu erhalten. Die Waren werden in verschiedenen Zweigen produziert und nach der Ernte am Markte getauscht.“ (Sraffa 1976, S. 21)

Im simpelsten Fall werden zwei Güter, im Trockenmaß Quarter (qr) gemessener Weizen und in Tonnen (t) gewogenes Eisen, nach dem folgenden Schema **arbeitsteilig** hergestellt (Sraffa 1976, S. 21):

$$(1) \quad \begin{array}{l} \text{„280 qr Weizen + 12 t Eisen} \rightarrow 400 \text{ qr Weizen} \\ \text{120 qr Weizen + 8 t Eisen} \rightarrow 20 \text{ t Eisen“} \end{array}$$

Arbeit hinter den Kulissen

Wie man sieht, trägt jede Ware zur Erzeugung jeder anderen Ware bei. Es wird gerade das angefertigt, was insgesamt als (Lebens- und) Produktionsmittel verbraucht wurde. Allerdings weist Sraffa den **Arbeitseinsatz nicht explizit** aus: Die stoffliche Zusammensetzung des Subsistenzwarenkorb der Menschen ist – „... wie der Kraftstoff für Maschinen oder das Futter für das Vieh“ (Sraffa 1976, S. 28) – Teil der Einsatzgüter.

Die Chemie muß stimmen

Betrachtet man die Ausdrücke (1), so erinnern sie stark an die aus der Chemie bekannten Reaktionsschemata. Um die Bedeutung der Kurzschreibweise (erneut) ins Bewußtsein zu heben, sei hier die entsprechende Passage aus einem Schulbuch für Chemie-Anfänger wiedergegeben. Dort steht (Eisner 1994, S. 59):



Lies:

Kupfer und Schwefel reagieren zu Kupfersulfid“

Und wenig später heißt es: „Der Reaktionspfeil wird gelesen als ‚reagieren zu‘. Das ‚+‘-Zeichen ist als aufzählendes ‚und‘ zu verstehen“ (Eisner 1994, S. 59).

Flow input, point output

Diese Erläuterung gilt analog für die von Sraffa gewählte Darstellungsweise. Der rechtsgerichtete Pfeil verdeutlicht, daß konkrete Einsatzgüter im Verlauf eines Zeitraums in einen speziellen Ausstoß transformiert werden, der zu einem bestimmten Zeitpunkt anfällt. Das **Gleichheitszeichen** wäre daher **unangebracht**. Um uns die Bedeutung der mathematischen Symbole im Unterschied zu ihrem produktionstheoretischen Gebrauch klarer zu machen, leistet ein Schulbuch (nochmals) gute Dienste.

In der Skizze einer Seelandschaft sieht man ein Schild am Ufer mit folgendem Text: „BADEN + ANGELN = VERBOTEN“. Daneben schlußfolgert eine junge Nixe in einer Sprechblase: „Baden ohne Angeln ist erlaubt“ (Kuypers u. a. 1993, S. 52). Das Lehrwerk kommentiert die Episode treffend: „Hier sind die beiden Zeichen ‚+‘ und ‚=‘ falsch verwendet worden. Das Zeichen ‚=‘ wird in der Mathematik nicht mit dem Wort ‚ist‘, sondern mit dem Wort ‚gleich‘ gelesen. Das Wort ‚ist‘ hat nämlich nicht die gleiche Bedeutung wie das Wort ‚gleich‘. So kann z. B. das Wort ‚ist‘ in dem Satz ‚8 **ist** eine natürliche Zahl‘ nicht durch das Wort ‚gleich‘ ersetzt werden.“ (Kuypers u. a. 1993, S. 52)

Aufzählung statt Addition

Sraffa hat also zu Recht bei der Abbildung der physischen Produktionsprozesse den „Reaktionspfeil“ benutzt und auf das Gleichheitszeichen verzichtet – eine Versuchung, der manche seiner Interpreten erlegen sind. Konsequenterweise sollten zudem die **Pluszeichen ersetzt** werden: Weizen und Eisen lassen sich nicht sinnvoll addieren. Wir verwenden künftig das kaufmännische „Und“ (&), um heterogene Güter aufzulisten.

Produktionsmittel als Vorschuß?

Das von Sraffa gewählte Beispiel weist starke Ähnlichkeit mit Produktionsprozessen auf, wie sie in der Landwirtschaft vorkommen: Zu Beginn eines Jahres stehen Einsatzgüter in Gestalt von Maschinen und Saatgut (inklusive Nahrungsmittel) bereit, welche im Lauf der Zeit nach und nach in der Produktion verbraucht werden. Der Ertrag am Ende der Periode bildet sodann den „Vorschuß“ für die Produktion des nächsten Jahres. Der sukzessivistische Charakter dieser Konzeption konfliktiert allerdings mit dem von Sraffa proklamierten **Forschungsprogramm**, der Betrachtung „... eines Systems von Produktion und Konsumtion als Kreislaufprozeß [...]“; es steht in krassem Gegensatz zu dem von der modernen Theorie gezeichneten Bild einer Einbahnstraße, die von den ‚Produktionsfaktoren‘ zu den ‚Konsumgütern‘ führt.“ (Sraffa 1976, S. 125) An anderer Stelle argumentiert er „... vor dem Hintergrund des kontinuierlichen Stroms von Industriegütern ...“ (Sraffa 1976, S. 127). Entfaltet man diesen Gedanken, so wirkt die von Sraffa vorgenommene **Periodisierung irreführend**. Denn es ist abwegig, zirkulär und permanent (re)produzierte Produktionsmittel als Vorschuß zu Beginn eines jeden „Jahres“ zu interpretieren.

Bevor wir uns im nächsten Abschnitt den Konsequenzen dieser Fehlspezifikation zuwenden, betrachten wir kurz die sich in seiner Modellökonomie herausbildenden **Tauschverhältnisse**. Ohne die Leser darüber zu informieren, wieso sich in der Subsistenzwirtschaft überhaupt „verschiedene Zweige“ (Sraffa 1976, S. 21) formiert haben, läßt sie Sraffa auf einem Markt einander gegenüber treten. Selbstverständlich werden die selbst fabrizierten Einsatzgüter, welche wieder in die eigene Produktion eingehen, zu Hause gelassen. Mitgebracht werden lediglich die individuellen Überschüsse des jeweiligen Zweiges. Der Vertreter des Weizenektors erscheint mit 120 Weizeneinheiten [WE], mit denen 12 Eiseneinheiten [EE] erworben werden (müssen). Beim Eisenmann verhält es sich umgekehrt. Die Tauschrichtung bringen wir jetzt durch den linksgerichteten Pfeil zum Ausdruck:

$$(2) \quad \begin{array}{l} 12 \text{ EE} \leftarrow 120 \text{ WE} \\ 120 \text{ WE} \leftarrow 12 \text{ EE} \end{array}$$

Relative Preise

Die beiden Produktionsprozesse verhalten sich spiegelbildlich zueinander. Daraus resultiert sofort die Äquivalenz $1 \text{ EE} \leftrightarrow 10 \text{ WE}$, die Sraffa als „Wert“ bezeichnet. Er fächert sein Eingangsbeispiel anschließend auf und fügt einen dritten Sektor (Schweine) hinzu. Nun werden die relativen Preise nicht einfach durch Konfrontation des physischen Angebots mit der Nachfrage gefunden. Überdies wird bei mehr als zwei Gütern ein **Ringtausch** erforderlich (Vgl. Helmedag, 1995).

Frage 1: Beschreiben Sie die Grundstruktur von Sraffas eingangs vorgestelltem Produktionsmodell. Welche Rolle spielt darin die Zeit?

2. Aus Gütern werden mehr Güter

Erweiterte Warenproduktion

Der nächste Schritt der Analyse besteht in der Einführung eines **Überschusses**: Im ganzen wird mehr hergestellt als in die Produktion eingeht. Als Beispiel läßt Sraffa den Wei-

zenausstoß des Systems (1) um 175 Einheiten anwachsen, alle übrigen Größen werden unverändert übernommen. Das **Surplussystem** lautet mithin in unserer „präzisierten“ Fassung:

$$(3) \quad 280 \text{ WE} \ \& \ 12 \text{ EE} \ \rightarrow \ 575 \text{ WE}$$

$$(4) \quad 120 \text{ WE} \ \& \ 8 \text{ EE} \ \rightarrow \ 20 \text{ EE}$$

Die Frage erhebt sich, wie das **Mehrprodukt verteilt** wird. Für Sraffa ist die Sache sonnenklar: „Das Tauschverhältnis, das den Ersatz der Vorschüsse und die Verteilung der Profite auf die beiden Zweige proportional zu ihren Vorschüssen ermöglicht, ist 15 qr Weizen [WE] für 1 t Eisen [EE]. Die entsprechende Profitrate beträgt in jedem Zweig 25 Prozent.“ (Sraffa 1976, S. 25)

“Kapitalistischer Kommunismus”

Damit erhebt Sraffa vorerst den **gesamten Input** des Jahres zur **Basis** der Überschußverteilung. Sie wird quasi kapitalistisch behandelt, nämlich wie die Verzinsung einer Geldanlage. Zu ermitteln ist neben dem Tauschverhältnis der Waren die uniforme Profitrate. Um die so berechneten Größen zu identifizieren, versehen wir sie mit einem „G“ als (bei Preisen zweites) Subskript. Das Tauschverhältnis leitet man aus folgendem Gleichungssystem ab:

$$(5) \quad (280 \text{ WE} \cdot p_{\text{WG}} + 12 \text{ EE} \cdot p_{\text{EG}})(1 + r_{\text{G}}) = 575 \text{ WE} \cdot p_{\text{WG}}$$

$$(6) \quad (120 \text{ WE} \cdot p_{\text{WG}} + 8 \text{ EE} \cdot p_{\text{EG}})(1 + r_{\text{G}}) = 20 \text{ EE} \cdot p_{\text{EG}}$$

Preise unter der Lupe

Die Symbole p_{WG} und p_{EG} stehen für den Weizen- bzw. Eisenpreis. Im allgemeinen ist ein **Preis** das **Produkt** einer **dimensionslosen Preiszahl** mit der **Preiseinheit pro Wareneinheit**; p_{EG} ergibt sich also aus der Division von soundsoviel (Preiszahl) Mengeneinheiten des (hier noch unbekanntes) Preismaßes durch eine Eiseneinheit.

Keine Zeit ...

Die Verwendung der **Gleichheitszeichen** bedeutet zudem, daß jetzt – im Gegensatz zu den verbalen Erläuterungen – der **Herstellungsprozeß kontinuierlich** verläuft. Zeitdimensionen treten in (5) und (6) nicht auf. Dies steht mit dem Vorschußgedanken in unüberbrückbarem Widerspruch. Vielmehr liegt ein Kalkulationsschema für Preise vor, das (wie wir noch sehen werden: unglücklicherweise) nicht pro jeweiliger Einheit formuliert ist, sondern bestimmte Produktionsniveaus postuliert.

In (5) und (6) gibt es drei Unbekannte: den Weizenpreis p_{WG} , den Eisenpreis p_{EG} und die Profitrate r_{G} . Zur Lösung stehen bloß zwei Gleichungen zur Verfügung. Allerdings läßt sich die Profitrate r_{G} nicht beliebig vorgeben, da sie einen bestimmten (positiven) Wert annehmen muß, der mit einer gleichfalls aus den Ausdrücken (5) und (6) zu ermittelnden Preisstruktur harmoniert. Darüber hinaus wäre – da r_{G} eine reine Zahl ist – offen, in welcher Maßeinheit die beiden Preise ausgedrückt werden. Wir verschieben die Diskussion über die Auswirkungen der Festlegung einer Zähleinheit ein wenig und beginnen mit der Rechenarbeit. Die Auflösung von (5) nach p_{WG} führt zu:

$$(7) \quad p_{\text{WG}} = \frac{-(12 \text{ EE} \cdot p_{\text{EG}} + 12 \text{ EE} \cdot p_{\text{EG}} \cdot r_{\text{G}})}{(-295 \text{ WE} + 280 \text{ WE} \cdot r_{\text{G}})}$$

Aus (6) erhält man:

$$(8) \quad p_{\text{WG}} = \frac{-(-12 \text{ EE} \cdot p_{\text{EG}} + 8 \text{ EE} \cdot p_{\text{EG}} \cdot r_{\text{G}})}{(120 \text{ WE} + 120 \text{ WE} \cdot r_{\text{G}})}$$

Beim Gleichsetzen von (7) und (8) fallen p_{EG} sowie die Mengeneinheiten heraus. Man erhält als Zwischenschritt die quadratische Gleichung:

$$(9) \quad \frac{1}{6} \cdot \frac{(21 - 86 r_{\text{G}} + 8 r_{\text{G}}^2)}{[(-59 + 56 r_{\text{G}}) \cdot (1 + r_{\text{G}})]} = 0$$

Faktorisierung bringt:

$$(10) \quad \frac{1}{6} \cdot (4 r_{\text{G}} - 1) \cdot \frac{(2 r_{\text{G}} - 21)}{[(-59 + 56 r_{\text{G}}) \cdot (1 + r_{\text{G}})]} = 0$$

Hieraus gewinnen wir sofort die Lösungen:

$$(11) \quad r_{\text{G1}} = 10,5$$

$$(12) \quad r_{\text{G2}} = 0,25$$

... für nackte Tatsachen

Wie die Verwendung einer der beiden Gütereinheiten als Preismaß zeigt, lassen sich aus (5) und (6) **nur die dimensionslosen Preiszahlen** entnehmen. Ferner belegt das Einsetzen von $r_G = 10,5$, daß die Preiszahl für Weizen (PZ_{WG}) negativ wird. Schließt man dieses Resultat aus ökonomischen Gründen aus, dann liefert die Substitution von $r_G = r_{G2} = 0,25$ die Beziehung:

$$(13) \quad PZ_{EG} = 15 \cdot PZ_{WG}$$

Damit sind die Profitrate und das **relative Tauschverhältnis**, d.h. das Verhältnis der Preiszahlen von Eisen (PZ_{EG}) und Weizen determiniert. Sraffa erwähnt diese Lösung, ohne ihre ökonomische Sinnhaftigkeit weiter zu prüfen.

Frage 2: Welche Frage taucht bei der Produktion mit einem Überschuß auf? Wie antwortet Sraffa?

Die Einheit proklamieren, ...

Um die Effekte der benutzten Preisbildungsregel tiefer auszuloten, ist es zweckdienlich, mit **absoluten Preisen** zu arbeiten. Daher deklarieren wir die Mengeneinheiten des Weizens zum Preismaß [PM]. Selbstverständlich beträgt daraufhin der Preis eines Doppelzentners Weizen ein Doppelzentner Weizen. Man hätte auch die Eiseneinheiten zum Standard erheben können, ohne die qualitativen Ergebnisse der nachstehenden Analyse zu verändern.

Die Berücksichtigung von $p_{EG} = PZ_{EG} \cdot (PM/EE) = 15 \cdot (WE/EE)$ und $r_G = 0,25$ in (5) bzw. (6) liefert die Profite der Branchen, die bei den unterstellten Mengenverhältnissen anfallen:

$$(14) \quad (280 \text{ WE} + 12 \cdot 15 \text{ WE}) \cdot 0,25 = 115 \text{ WE}$$

$$(15) \quad (120 \text{ WE} + 8 \cdot 15 \text{ WE}) \cdot 0,25 = 60 \text{ WE}$$

... den Konflikt konstatieren, ...

Es sind Zweifel angebracht, ob beide Sektoren mit dieser von Sraffa als Selbstverständlichkeit eingeführten Profitdistribution einverstanden wären. Denn die Weizenindustrie dürfte bei der Sraffa-Methode keineswegs mitspielen. Warum? Blicken wir auf das vorliegende System, so ist erkennbar, daß das **Eisen** nur als **Zwischenprodukt** fungiert. Im Nettoprodukt taucht es nicht mehr auf. Vor diesem Hintergrund wird es sich als erkenntnisförderlich erweisen, die **physische Weizenüberschußrate** des Systems (r_W) im Auge zu behalten. In unserem Beispiel ergibt sich:

$$(16) \quad r_W = \frac{575 \text{ WE} - 400 \text{ WE}}{400 \text{ WE}} = \frac{575}{400} - 1 = 0,4375 \hat{=} 43,75 \%$$

Gemäß der vorgeschlagenen Überschußverteilung zahlt die Weizenabteilung $12 \cdot 15 \text{ WE} = 180 \text{ WE}$ an die Eisenindustrie, obwohl die (profitlose) Verwandlung von 120 WE in 12 EE möglich wäre [vgl. (4)]. Nach **vertikaler Integration** – der Eigenfertigung des Eisens im Weizensektor – könnte der Getreideproduzent eine (individuelle) Profitrate $r_W > r_G$ verbuchen. Jede Weizeneinheit, die er besitzt, würde sich dann mit dieser Rate „vermehrten“. Sofern aus noch aufzuspürenden Gründen jedoch separate Industrien existieren, muß der Eisensektor am Überschuß partizipieren. Die Fahndung nach der richtigen, d.h. mit horizontaler Arbeitsteilung verträglichen Aufschlüsselung des Mehrprodukts rückt daher ins Zentrum des Interesses.

... mögliche Lösungen suchen ...

Aus formaler Sicht kommen zwei weitere Alternativen in Betracht. Wird lediglich der **Eisenverbrauch** zur Basis der Profitaufteilung gemacht, erhalten wir:

$$(17) \quad 280 \text{ WE} + 12 PZ_{EE} \cdot \text{WE} (1 + r_E) = 575 \text{ WE}$$

$$(18) \quad 120 \text{ WE} + 8 PZ_{EE} \cdot \text{WE} (1 + r_E) = 20 PZ_{EE} \cdot \text{WE}$$

Das tiefgestellte „E“ symbolisiert die hier verwandte Bemessungsgrundlage und ersetzt das „G“ von vorher. Nach etwas Rechenarbeit folgt:

$$(19) \quad p_{EE} = PZ_{EE} \cdot \frac{PM}{EE} = 15,833 \frac{WE}{EE} = 15 \frac{5}{6} \frac{WE}{EE}$$

$$(20) \quad r_E = \frac{21}{38}$$

Der Profit des Weizensektors beträgt:

$$(21) \quad 12 \text{ EE} \cdot p_{EE} \cdot r_E = 105 \text{ WE}$$

Die Eisenindustrie verbucht als Gewinn:

$$(22) \quad 8 \text{ EE} \cdot p_{\text{EE}} \cdot r_{\text{E}} = 70 \text{ WE}$$

Gegenüber der Anwendung des Sraffa-Verfahrens haben sich die Kosten des Weizen-sektors erhöht. Jetzt sind sogar $12 \cdot 15 \frac{5}{6} \text{ WE} = 190 \text{ WE}$ an die Eisenabteilung abzuführen. Um so mehr lockt die Alternative, Eisen selbst zu schaffen.

... und Beifall finden

Es gibt eine dritte Möglichkeit, den Surplus zu verteilen. Diesmal wird er proportional zum **Weizeneinsatz** (Subskript deshalb „W“) ausgeschüttet:

$$(23) \quad 280 \text{ WE} (1 + r_{\text{W}}) + 12 \text{ PZ}_{\text{EW}} \cdot \text{WE} = 575 \text{ WE}$$

$$(24) \quad 120 \text{ WE} (1 + r_{\text{W}}) + 8 \text{ PZ}_{\text{EW}} \cdot \text{WE} = 20 \text{ PZ}_{\text{EW}} \cdot \text{WE}$$

Hieraus ermittelt man:

$$(25) \quad p_{\text{EW}} = 14,375 \frac{\text{WE}}{\text{EE}}$$

$$(26) \quad r_{\text{W}} = 0,4375 = \frac{7}{16}$$

Die Profite belaufen sich auf:

$$(27) \quad 280 \text{ WE} \cdot r_{\text{W}} = 122,5 \text{ WE}$$

$$(28) \quad 120 \text{ WE} \cdot r_{\text{W}} = 52,5 \text{ WE}$$

Nun zahlt der Weizen-sektor nur $12 \cdot 14,375 \text{ WE} = 172,5 \text{ WE}$ an die Eisenabteilung. Mit dieser Verteilung wären beide **Sektoren einverstanden**. Keine Branche könnte durch Eigenfertigung ihre Lage verbessern, denn die Profitrate r_{W} stimmt mit der physischen Überschussrate [vgl. (16)] überein. Damit überträgt die Kalkulation nach (23) und (24) die Weizenproduktivitätssteigerung gegenüber dem Ausgangszustand auf den Produktionspreis des Eisens. Das Verhältnis der Weizeneinsätze deckt sich im Gleichgewicht mit dem der Profite: $280/120 = 122,5/52,5$. Die Sektorengliederung der gesellschaftlichen Produktion bleibt so erhalten. Freilich wird noch zu klären sein, weshalb die Struktur überhaupt entstanden ist.

Keine Qual der Wahl

Wie man sieht, liefern die drei **Kalkulationsverfahren unterschiedliche Resultate** der Verteilung des Mehrprodukts. Deren Vergleich fällt für das Sraffasche System ungünstig aus, denn das „Gesamtkapital“ als Bemessungsgrundlage führte zu einer Aufteilung des Surplus', welche betriebliche Arbeitsteilung unterbände. Interessanterweise erweist sich die Überschussdistribution nach Maßgabe des Weizeneinsatzes als die einzig haltbare Alternative. Schauen wir, welche **ökonomische Gesetzmäßigkeit** sich hinter diesem Resultat verbirgt.

Frage 3: Welches Kriterium entscheidet den Vergleich alternativer Verfahren der Aufschlüsselung des Mehrprodukts?

II. Arbeit kommt ins Spiel

Die gewürdigten Beispiele Sraffas haben gezeigt, daß seine Darstellung zu wünschen übrig läßt. Insbesondere die Verwendung von Weizen deutet auf einen Produktionszyklus von einem Jahr; seine begleitenden Ausführungen tun ein übriges, eine Modellierung zu bieten, welche im Widerspruch zur angestrebten Untersuchung eines zirkulären und simultanen Produktionsprozesses steht. Dementsprechend sind die Formulierungen der stofflichen Struktur der Produktion ungenau: Sie scheitern schon an der Dimensionsprobe. Darüber hinaus wurde die Art der **Verteilung** des Überschusses **einfach unterstellt**. Sraffa hat es versäumt, die von ihm benutzte Methode auf ihre Konsistenz zu durchleuchten.

Akteure treten auf den Plan ...

Bisher blieben die direkten Arbeitseinsätze in Sraffas Modell im Dunkeln. Ab Textziffer 9 seines Buches ändert sich dies; es geht anschließend um die Analyse der Surplusaneignung zwischen Arbeitern und Kapitalisten. Erst jetzt tritt die **Lohnarbeit explizit** in Erscheinung, wobei die Lebensmittel der Beschäftigten nicht mehr unter den Produktionsmitteln, sondern im Nettoausstoß auftauchen.

... werden rationiert ...

Gegenüber den vorangegangenen Modellökonomien begegnen wir zudem einer dritten Ware: Kohle, deren Mengen wir in Kohleeinheiten [KE] messen. Die jeweiligen **Arbeits-**

einheiten [AE] sind Anteile der Gesamtarbeit. Diese **Allokation** der einzig nicht (re)produzierten Ressource auf die Branchen müssen wir als **gegeben** hinnehmen. Hierin besteht die jeweilige „Budgetrestriktion“, die sich einer Expansion in den Weg stellt. Ferner umfaßt der Überschuß dieser Wirtschaft 165 Kohle- und 70 Weizeneinheiten. In unserer Symbolik präsentiert sich die Wirtschaft wie folgt:

$$\begin{array}{r}
 (29) \quad 90 \text{ EE} \quad \& \quad 120 \text{ KE} \quad \& \quad 60 \text{ WE} \quad \& \quad \frac{3}{16} \text{ AE} \quad \rightarrow \quad 180 \text{ EE} \\
 \quad \quad 50 \text{ EE} \quad \& \quad 125 \text{ KE} \quad \& \quad 150 \text{ WE} \quad \& \quad \frac{5}{16} \text{ AE} \quad \rightarrow \quad 450 \text{ KE} \\
 \quad \quad 40 \text{ EE} \quad \& \quad 40 \text{ KE} \quad \& \quad 200 \text{ WE} \quad \& \quad \frac{8}{16} \text{ AE} \quad \rightarrow \quad 480 \text{ WE} \\
 \text{Gesamt:} \quad \underline{180 \text{ EE}} \quad \underline{285 \text{ KE}} \quad \underline{410 \text{ WE}} \quad \underline{1 \text{ AE}}
 \end{array}$$

... und bekommen eine Ration

Da Sraffa keine weitere Information über die Ausdrücke (29) gibt, sei vereinbart, der Reallohn betrage insgesamt 70 Weizeneinheiten. Die restlichen 165 Kohleeinheiten des Volkseinkommens fallen als Profit an. Obwohl die Verteilung in Ermangelung konkreter Kenntnisse willkürlich gewählt wurde, muß ein **Preissystem** gewährleisten, daß die einzelnen Zweige „gerecht“ abschneiden, **unabhängig** davon, welcher **Lohnsatz** herrscht. Bezugspunkt dieser Entscheidung wird sein, ob ein alternativer Einsatz der vorhandenen Arbeit in Richtung vertikale Integration lukrativ wäre. Es ist also wiederum geboten, die Profitausschüttungen alternativer Preisbildungskonzeptionen einander gegenüberzustellen, um herauszufinden, wie **Werte** „korrekt“ zustande kommen.

Frage 4: Worin besteht die Restriktion, welche die Expansion der Sektoren verhindert?

1. Verwertung des Materialaufwandes

Da wir den Reallohn in Höhe von 70 Weizeneinheiten fixiert haben, bietet es sich an, Weizen ebenfalls zum Preismaß zu erheben. Deshalb gilt:

$$(30) \quad PZ_W \cdot \frac{PM}{WE} = PZ_W \cdot \frac{WE}{WE} = 1 = PZ_W$$

Maß und Zahl

Offensichtlich **bewirkt** die **Deklaration** eines **Numéraire zweierlei**: Einerseits wird eine Aussage darüber getroffen, welche physische Ware als **Standard** dient; andererseits normiert man deren **Preiszahl** auf eins. Leider wird dieser „Doppeleffekt“ der Wahl einer Recheneinheit in der Literatur regelmäßig übersehen.

Wareneinsatz trägt Früchte

Sraffa nimmt ohne nähere Begründung an, der **Materialaufwand**, d.h. die produzierten Produktionsmittel, wäre „Kapital“ und bilde die Bemessungsgrundlage des Profits. Das Subskript „M“ verweist künftig darauf, daß die jeweiligen Variablen gemäß dieser Prämisse kalkuliert wurden. Die Sraffa-Gleichungen lauten in diesem Fall:

$$\begin{array}{r}
 (31) \quad (90 \text{ EE} \cdot p_{EM} + 120 \text{ KE} \cdot p_{KM} + 60 \text{ WE})(1+r_M) + 70 \frac{WE}{AE} \cdot \frac{3}{16} \text{ AE} = 180 \text{ EE} \cdot p_{EM} \\
 \quad \quad (50 \text{ EE} \cdot p_{EM} + 125 \text{ KE} \cdot p_{KM} + 150 \text{ WE})(1+r_M) + 70 \frac{WE}{AE} \cdot \frac{5}{16} \text{ AE} = 450 \text{ KE} \cdot p_{KM} \\
 \quad \quad (40 \text{ EE} \cdot p_{EM} + 40 \text{ KE} \cdot p_{KM} + 200 \text{ WE})(1+r_M) + 70 \frac{WE}{AE} \cdot \frac{8}{16} \text{ AE} = 480 \text{ WE}
 \end{array}$$

Links und rechts der Gleichheitszeichen stehen Größen, die stets in Weizeneinheiten gemessen werden. Sraffas „Jahr“ ist somit von der Bildfläche verschwunden. Darum könnten die Aktivitäten auch pro Monat, pro Woche, pro Tag etc. gedacht werden . . . Man muß aber nicht in einer solchen Willkür Zuflucht suchen. Vielmehr läßt sich das System (31) als das nehmen, was es ist: ein **Kalkulationsschema**, das die Preise als Kosten plus einem Aufschlag auf diese ausdrückt. Hierfür braucht es **keinen zeitlichen Bezug**.

Zur Vereinfachung der weiteren Berechnungen setzen wir:

$$(32) \quad q_M = (1+r_M)$$

Wir ermitteln nach einigen Umformungen die **Preiszahlen**:

$$(33) \quad PZ_{KM}(r_M) = \frac{-1}{4} \cdot \frac{(56 q_M^2 - 137 q_M - 21)}{(7 q_M^2 - 84 q_M + 108)}$$

$$(34) \quad PZ_{EM}(r_M) = \frac{1}{16} \cdot \frac{(224 q_M^2 + 597 q_M + 126)}{(7 q_M^2 - 84 q_M + 108)}$$

Und schließlich für die Sraffasche Materialaufwandsrendite $r_M (= q_M - 1)$:

$$(35) \quad \frac{560 q_M^3 - 6821 q_M^2 + 23802 q_M - 19224}{7 q_M^2 - 84 q_M + 108} = 0$$

Profirate I

Die Nullstellen des Zählers sind:

$$(36) \quad q_{M1} = 1,152$$

$$(37) \quad q_{M2} = 4,735$$

$$(38) \quad q_{M3} = 6,293$$

Alle Lösungen verteilen den vorgegebenen Realprofit in Höhe von 165 [KE]. Aber q_{M2} und q_{M3} führen zu einem negativen p_{EM} und einem **negativen Gewinn** des Eisensektors. Deshalb kommt aus ökonomischer Sicht nur q_{M1} als Lösung in Betracht. Die Sraffa-Profirate beträgt demnach $r_M = 0,152$. Für die Preise erhält man:

$$(39) \quad p_{EM} = 3,384 \frac{WE}{EE}$$

$$(40) \quad p_{KM} = 1,273 \frac{WE}{KE}$$

Außerdem weist (35) zwei Sprungstellen auf, für $q_{M4} = 1,464$ und $q_{M5} = 10,536$ wird der Nenner Null, das Polynom hat dort keine (positive oder negative) endliche Lösung. Für die beiden Preiszahlen gilt nach (33) und (34) an diesen Stellen das Gleiche.

Uns interessieren die sektoralen Profite ($\pi_{EM}, \pi_{KM}, \pi_{WM}$):

$$(41) \quad \pi_{EM} = 78,63 \text{ WE}$$

$$(42) \quad \pi_{KM} = 72,705 \text{ WE}$$

$$(43) \quad \pi_{WM} = 58,713 \text{ WE}$$

Der nominale Gesamtprofit (π_{NM}) beläuft sich auf 210,048 WE; Division durch p_{KM} ergibt 165 KE, die den Realprofit ausmachen.

Frage 5: Sobald das Polynom zur Bestimmung der Profirate mehrere Wurzeln aufweist, muß die relevante Lösung identifiziert werden. Wie geschieht das?

2. Verwertung des Gesamtaufwandes

Unsere vorausgegangene Analyse hat uns schon dafür sensibilisiert, hinter der von Sraffa einfach angenommenen Verteilung des Profits ein Fragezeichen zu setzen. Prüfen wir daher zusätzlich zunächst die klassische Anschauung, sowohl der Materialeinsatz als auch die Lohnkosten seien „Kapital“. Um zu verdeutlichen, daß nun der **Gesamtaufwand** als Bemessungsgrundlage des Profits dient, tragen die jeweiligen Symbole wieder „G“ als Subskript. Die Produktionsgleichungen sehen nun folgendermaßen aus:

$$(44) \quad \begin{aligned} & \left(90 \text{ EE} \cdot p_{EG} + 120 \text{ KE} \cdot p_{KG} + 60 \text{ WE} + 70 \frac{WE}{AE} \cdot \frac{3}{16} \text{ AE} \right) (1 + r_G) = 180 \text{ EE} \cdot p_{EG} \\ & \left(50 \text{ EE} \cdot p_{EG} + 125 \text{ KE} \cdot p_{KG} + 150 \text{ WE} + 70 \frac{WE}{AE} \cdot \frac{5}{16} \text{ AE} \right) (1 + r_G) = 450 \text{ KE} \cdot p_{KG} \\ & \left(40 \text{ EE} \cdot p_{EG} + 40 \text{ KE} \cdot p_{KG} + 200 \text{ WE} + 70 \frac{WE}{AE} \cdot \frac{8}{16} \text{ AE} \right) (1 + r_G) = 480 \text{ WE} \end{aligned}$$

Einige Rechnungen liefern:

$$(45) \quad \frac{217 q_G^3 - 2626 q_G^2 + 8760 q_G - 6912}{7 q_G^2 - 84 q_G + 108} = 0$$

Aller Einsatz zählt

Profirate II

Hier steht q_G für $(1 + r_G)$. Da dieser Ausdruck den gleichen Nenner wie bei der Sraffa-Modellierung besitzt, existieren die gleichen Sprungstellen. Die Lösungen für q_G lauten:

$$(46) \quad q_{G1} = \frac{879}{217} - \frac{3}{217} \sqrt{44185}$$

$$(47) \quad q_{G2} = \frac{879}{217} + \frac{3}{217} \sqrt{44185}$$

$$(48) \quad q_{G3} = 4$$

Vorher ermittelten wir für die Preiszahlen:

$$(49) \quad PZ_{KG}(r_G) = \frac{-3 q_G (21 q_G - 55)}{4 (7 q_G^2 - 84 q_G + 108)}$$

$$(50) \quad PZ_{EG}(r_G) = \frac{q_G (245 q_G + 702)}{16 (7 q_G^2 - 84 q_G + 108)}$$

Wie sich zeigt, sind die letzten beiden Wurzeln des Zählers von (45) mit einem negativen Eisenpreis verbunden. Gleichwohl sind die Systeme insoweit konsistent, als der reale Gesamtprofit sich auf zu 165 KE addiert. Allerdings wäre beide Male der **Profit** der eisen-schaffenden Industrie **negativ**.

Dies gilt nicht für die erste Lösung. Aus ihr ergibt sich $r_G = 0,145$. Damit beziffern sich die Preise auf:

$$(51) \quad p_{EG} = 3,344 \frac{WE}{EE}$$

$$(52) \quad p_{KG} = 1,265 \frac{WE}{KE}$$

Und die sektoralen Profite betragen:

$$(53) \quad \pi_{EG} = 76,069 \text{ WE}$$

$$(54) \quad \pi_{KG} = 71,92 \text{ WE}$$

$$(55) \quad \pi_{WG} = 60,665 \text{ WE}$$

Dies summiert sich zum gesamten Nominalprofit $\pi_{NG} = 208,654 \text{ WE}$. Wiederum wird der Realprofit in Höhe von 165 KE aufgeschlüsselt.

3. Verwertung des Arbeitsaufwandes

Ehe wir die Alternativen vergleichen, sei die dritte Möglichkeit durchleuchtet, die sich bereits im Zwei-Waren-Fall als die überlegene erwies: Die Verteilung im Verhältnis zur produktiven Kraft in der Ökonomie. Das war zunächst Weizen und später, seitdem die Arbeitseinsätze aufgedeckt worden sind, ist es der Fleiß der Menschen. Schauen wir, welche Resultate die Aufteilung des Überschusses nach Maßgabe der **Arbeitskosten** hervorruft. Dementsprechend figuriert als Subskript der Preise jetzt „A“. Die Produktionsgleichungen gewinnen die Gestalt:

$$90 \text{ EE} \cdot p_{EA} + 120 \text{ KE} \cdot p_{KA} + 60 \text{ WE} + \left(70 \frac{WE}{AE} \cdot \frac{3}{16} \text{ AE} \right) (1+r_A) = 180 \text{ EE} \cdot p_{EA}$$

$$(56) \quad 50 \text{ EE} \cdot p_{EA} + 125 \text{ KE} \cdot p_{KA} + 150 \text{ WE} + \left(70 \frac{WE}{AE} \cdot \frac{5}{16} \text{ AE} \right) (1+r_A) = 450 \text{ KE} \cdot p_{KA}$$

$$40 \text{ EE} \cdot p_{EA} + 40 \text{ KE} \cdot p_{KA} + 200 \text{ WE} + \left(70 \frac{WE}{AE} \cdot \frac{8}{16} \text{ AE} \right) (1+r_A) = 480 \text{ WE}$$

Im Kontrast zu den beiden bisher analysierten Preisbildungskonzeptionen ist die mathematische **Komplexität** nunmehr erheblich **reduziert**. Man sieht das bereits, wenn die Preiszahlen in Abhängigkeit von der Profitrate auf den Arbeitseinsatz r_A – in Marxscher Terminologie: die Mehrwertrate – berechnet werden:

$$(57) \quad PZ_{EA}(r_A) = \frac{1}{31} \left[50 + \frac{147}{16} (1+r_A) \right]$$

$$(58) \quad PZ_{KA}(r_A) = \frac{1}{31} \left[22 + \frac{7}{2} (1+r_A) \right]$$

Dank der viel einfacheren Struktur dieses Systems gibt es nur **eine Lösung** für die Profitrate:

Leistung zahlt sich aus

Profitrate III

$$(59) \quad \frac{-5800}{31} + \frac{3185}{62}(1+r_A) = 0$$

mit $r_A = 2,642$. Damit erhalten wir für die Produktionspreise in der angenommenen Verteilungssituation:

$$(60) \quad p_{EA} = 2,692 \frac{WE}{EE}$$

$$(61) \quad p_{KA} = 1,121 \frac{WE}{KE}$$

Für die sektoralen Profite notieren wir:

$$(62) \quad \pi_{EA} = 34,677 \text{ WE}$$

$$(63) \quad \pi_{KA} = 57,795 \text{ WE}$$

$$(64) \quad \pi_{WA} = 92,473 \text{ WE}$$

Der gesamte Nominalprofit π_{NA} in Höhe von 184,945 WE erlaubt wieder die Beschaffung des Realprofits π_R , der sich auf 165 KE beläuft.

Frage 6: Wie berechnet man in der vorliegenden Modellökonomie die in den Waren insgesamt enthaltene Arbeitsmenge?

III. Zwischenprüfungsergebnisse

Preise in der Konkurrenz

Welches der drei Verfahren setzt sich durch? Die folgende Übersicht stellt die jeweiligen Resultate der Modellwirtschaften zusammen. Lediglich die Profitraten in der letzten Spalte sind reine Zahlen; bis auf den in Kohleeinheiten gemessenen Realprofit π_R lauten die anderen Größen auf Weizenmengen. Bei den beiden Preisen beziehen sich diese selbstverständlich auf die jeweilige Wareneinheit.

Profitbasis	p_E	p_K	π_E	π_K	π_W	π_N	π_R	r
Materialeinsatz	3,384	1,273	78,63	72,705	58,713	210,048	165	0,152
Gesamtaufwand	3,344	1,265	76,069	71,92	60,665	208,654	165	0,145
Arbeitskosten	2,692	1,121	34,677	57,795	92,473	184,945	165	2,642

Tab. 1: Vergleich der drei Preisbildungshypothesen

Wird der Weizenproduzent bereit sein, bei den ersten beiden Kalkulationsverfahren an der Arbeitsteilung mitzuwirken? Nein. Er beschäftigt den halben Arbeitseinsatz der Gesellschaft. Nur die dritte Preisbildungsvariante beschert ihm den entsprechenden Profit:

Kapital schlagen aus Arbeit

$$(65) \quad \frac{\pi_N}{2} = \frac{184,985 \text{ WE}}{2} = 92,473 \text{ WE}$$

Durch innerbetriebliche Reorganisation „ihrer“ Arbeit stünde es der Weizenindustrie stets frei, diesen Profit zu erwirtschaften. Bei den anderen Alternativen schnitte dieser Zweig schlechter ab. Damit sind wir sozusagen in unsere erste Surpluswirtschaft zurückgekehrt. Dort ergab sich die **korrekte Profitrate** als Quotient von Weizenüberschuß zu Weizeneinsatz [vgl. (16)]. Hier trifft Analoges zu: Die richtige „Mehrwertrate“ liefert die Division des Nominalprofits durch den Nominallohn:

$$(66) \quad r_A = \frac{184,985 \text{ WE}}{70 \text{ WE}} = 2,642$$

Die Struktur der Arbeitseinsätze stimmt erwartungsgemäß mit der Profitallokation überein:

$$(67) \quad \frac{3}{16} \text{ AE} : \frac{5}{16} \text{ AE} : \frac{8}{16} \text{ AE} = 34,677 \text{ WE} : 57,795 \text{ WE} : 92,473 \text{ WE}$$

In der obigen Übersicht ist allein die dritte Spielart mit Arbeitsteilung kompatibel. Die beiden anderen Produktionspreiskonzepte widersprechen der angenommenen sektoralen Differenzierung der Wirtschaft.

Frage 7: Charakterisieren Sie die Alternativen der Überschussverteilung. Welche Methode erweist sich weshalb als die überlegene?

Lesen, was dasteht

Die Schwierigkeiten mancher Ökonomen mit diesem Ergebnis beruhen auf der fest verwurzelten Vorstellung, Produktionspreise müßten die Verzinsung einer Geldanlage enthalten. Darum schleicht sich durch die Hintertüre stets eine Produktionsperiode wieder herein, obwohl sie in den Preisgleichungen fehlt: Die Profitrate ist ein reiner Proportionalitätsfaktor, der einen **Überschuß** konsistent zu **verteilen** hat. Das ist etwas anderes als einen **Vorschuß** für einen bestimmten Zeitraum zu **verzinsen**. Realiter wissen wir gar nicht, wieviel in den Abteilungen tatsächlich und für welche Dauer investiert worden ist. Sraffa „löst“ dieses Problem durch die Identifikation einer (fiktiven) Produktionsperiode mit dem Zeitraum der Kreditfinanzierung des Wareneinsatzes. Damit wird aus dem Modell etwas herausgeholt, wonach man dort vergeblich forscht. Um die Verbindung zu knüpfen, sind beschäftigungstheoretische Überlegungen am Platz, die über die bloße Nennung eines willkürlichen Mehrprodukts hinausgehen.

Überdies zeigt es sich, daß die Sraffa-Produktionspreise in schwer durchschaubarer Weise auf eine Änderung der Verteilung reagieren. Durch die passende Wahl eines Numéraire hoffte Sraffa, Licht in dieses Dunkel zu bringen. Dieser Ansatz wird in einem folgenden Artikel beschrieben.

Literaturempfehlungen:

Eisner, W. et al.: *elemente chemie*, 7. Aufl., Stuttgart et al. 1994.
Helmedag, F.: *Warenproduktion mittels Arbeit*. 2. Aufl., Marburg 1994.
Helmedag, F.: *Geldfunktionen*. In: *WISU* 24 Jg. (1995), S. 711 - 717.
Kuypers, W. et al. (Hrsg.): *Mathematik 5. Schuljahr*. Berlin 1993.
Sraffa, P.: *Warenproduktion mittels Waren*. Frankfurt a.M. 1976.

Die Beantwortung der Fragen erfolgt im WISU-Repetitorium.

Volkswirtschaftslehre/Grundstudium

Fragen und Antworten 1 – 7 zu dem Beitrag „Die arbeitsteilungskompatible Kalkulation von Produktionspreisen“ von Prof. Dr. F. Helmedag. WISU 6/97, S. 573 – 582.

Frage 1: Beschreiben Sie die Grundstruktur von Sraffas eingangs vorgestelltem Produktionsmodell. Welche Rolle spielt darin die Zeit?

Sraffa modelliert zunächst eine Ökonomie, die in zwei „Industrien“ zwei Güter erzeugt, wobei kein Überschuß anfällt: Jede Ware geht in die Fabrikation jeder anderen ein und wird in diesem Prozeß vollständig verbraucht. Der Arbeitseinsatz tritt nicht explizit zutage. Des weiteren wird ein „jährlicher“ Produktionszyklus unterstellt; der Output der Vorperiode fungiert angeblich als Input der laufenden Periode. Produktionsmittel (einschließlich der Konsumgüter der Arbeiter) werden also wie ein Kapitalvorschuß für einen Zeitraum interpretiert, obwohl tatsächlich die Analyse der Preisbildung einer kontinuierlich und zirkulär produzierenden Wirtschaft beabsichtigt ist.

Frage 2: Welche Frage taucht bei der Produktion mit einem Überschuß auf? Wie antwortet Sraffa?

Bei Existenz eines Mehrprodukts ist für die Profite ein geeigneter Schlüssel zur Verteilung auf die Branchen zu suchen. Sraffa glaubt, in den als Kapitalvorschüsse ausgelegten Wareneinsätzen die relevante Zuschlagsbasis gefunden zu haben.

Frage 3: Welches Kriterium entscheidet den Vergleich alternativer Verfahren der Aufschlüsselung des Mehrprodukts?

Werden in einer Wirtschaft arbeitsteilig Waren produziert, so muß der Modus der Mehrproduktverteilung die Stabilität der gegebenen sektoralen Struktur gewährleisten. Ein Produzent darf durch seine Teilnahme am System der Arbeitsteilung nicht schlechter gestellt werden als bei vollständig integrierter Eigenfertigung. Dies leistet im Beispiel allein die Überschußverteilung nach Maßgabe des Weizenverbrauchs.

Frage 4: Worin besteht die Restriktion, welche die Expansion der Sektoren verhindert?

Selbstverständlich würde ein nach Gewinnmaximierung strebender Wirtschaftszweig bei profitabler Produktion gerne wachsen und möglichst das gesamte Angebot unter (s)einem Dach fertigen. Da aber verschiedene Branchen vorausgesetzt worden sind, muß zunächst auch die Allokation der Gesamtarbeit auf die Abteilungen akzeptiert werden. Das schließt nicht aus, später danach zu fragen, weshalb die angenommene Struktur entstanden ist.

Frage 5: Sobald das Polynom zur Bestimmung der Profitrate mehrere Wurzeln aufweist, muß die relevante Lösung identifiziert werden. Wie geschieht das?

Hierfür sind ökonomische Gesichtspunkte heranzuziehen. Die mathematisch mögliche Vielfalt wird eingeschränkt, indem nur jene Profitrate in Betracht kommt, mit der positive Warenpreise und Sektorengewinne verbunden sind.

Frage 6: Wie berechnet man in der vorliegenden Modellökonomie die in den Waren insgesamt enthaltene Arbeitsmenge?

„Arbeitswerte“ geben die direkt und indirekt geleistete Arbeit an, die in einer Ware steckt. Dementsprechend läßt sich ein Gleichungssystem aufstellen, in dem sich die gesuchten Arbeitswerte aus dem Arbeitswert des Wareneinsatzes (indirekte Arbeit) sowie der unmittelbar verrichteten Arbeit zusammensetzen (direkte Arbeit). Dieses System ist mit den Produktionsgleichungen (II.5) identisch, sofern man p_{EA} und p_{KA} als die relativen Arbeitswerte von Eisen und Kohle in bezug auf Weizen interpretiert. Jedenfalls deckt sich das Verhältnis der Arbeitswerte mit dem der Produktionspreise bei Verwendung des Arbeitseinsatzes als Zuschlagsbasis des Gewinns.

Frage 7: Charakterisieren Sie die Alternativen der Überschußverteilung. Welche Methode erweist sich weshalb als die überlegene?

Drei potentielle Verteilungsgrundlagen sind denkbar: Wareneinsatz, Gesamtaufwand, Arbeitskosten. Urteilt man anhand des Kriteriums der Arbeitsteilungskompatibilität, so stellt sich eine Profitallokation ein, die das Verhältnis der sektoralen Arbeitseinsätze widerspiegelt. Im Gegensatz zu den übrigen Konzepten wirken bei Anwendung dieses Verfahrens keine Anreize, sich von der gesellschaftlichen Arbeitsteilung abzukoppeln. Überschußverteilung und Vorschußverzinsung sind streng voneinander zu scheiden.