

HAUSAUFGABEN BLATT H7

Aufgabe H7.1: Algebren von endlichem Typ

(5 P.)

Zeigen Sie Lemma 2.13 aus der Vorlesung:

- (a) Sind $A \rightarrow B \rightarrow C$ Ringhomomorphismen und ist B als A -Algebra von endlichem Typ sowie C als B -Algebra von endlichem Typ, so ist auch C als A -Algebra von endlichem Typ.
- (b) Eine analoge Aussage wie in (a) gilt für „von endlicher Präsentation“.
- (c) Ist A ein Ring und $g \in A$, so ist die Lokalisierung A_g eine A -Algebra von endlichem Typ.
- (d) Ist $A \rightarrow B$ ein surjektiver Ringhomomorphismus, so ist B eine A -Algebra von endlichem Typ.

Die Aussage (c) lässt sich dabei nicht auf beliebige Lokalisierungen verallgemeinern:

- (e) Finden Sie ein Beispiel für einen Ring A und eine multiplikative Teilmenge $S \subset A$ so, dass die Lokalisierung $S^{-1}A$ keine A -Algebra von endlichem Typ ist.

Aufgabe H7.2: Morphismen (lokal) von endlichem Typ

(3 P.)

Zeigen Sie Lemma 2.18 aus der Vorlesung:

- (a) Offene Immersionen sind lokal von endlichem Typ.
- (b) Abgeschlossene Immersionen sind von endlichem Typ.
- (c) Sind $f: X \rightarrow Y$ und $g: Y \rightarrow Z$ Morphismen lokal von endlichem Typ bzw. von endlichem Typ, so ist auch die Komposition $g \circ f: X \rightarrow Z$ lokal von endlichem Typ bzw. von endlichem Typ.

Abgabe der Lösungen am Donnerstag, dem 9. Juni, vor dem Seminar!