
Vorlesung Statistik Sommersemester 2021

Die Vorlesung *Statistik* knüpft an die Elementare Stochastik und das Stochastik Praktikum an. Im ersten Drittel der Vorlesung beschäftigen wir uns mit dem linearen Modell und dem kleinsten Quadrate Verfahren, einem Eckpfeiler der statistischen Modellierung. Im zweiten Drittel gehen wir auf klassische Aspekte der mathematischen Statistik - Exponentialfamilien, beste unverzerrte Schätzung und Bayesoptimalität - ein. Dazu diskutieren wir die grundlegenden Schätzverfahren der Maximum-Likelihood, Momenten - und Bayesschätzung sowie die in der Praxis überaus relevanten verallgemeinerten linearen Modelle. Die logistische Regression führt uns auf das Klassifikationsproblem, welches wir an dieser Stelle anschneiden. Im letzten Drittel diskutieren wir aktuellere Themen aus der hochdimensionalen Statistik und der Statistik großer Datenmengen: Shrinkage, Thresholding, LASSO-Schätzung im linearen Modell sowie Verfahren zur Dimensionsreduktion.

Übergeordnete Ziele

1. Vertrautheit mit Theorie und Praxis des linearen Modells der Statistik, dem kleinsten Quadrate Schätzverfahren und Inferenzmethoden unter der Normalverteilung,
2. Kenntnis von Eigenschaften und Umsetzung klassischer parametrischer Schätzverfahren: Maximum Likelihood, Momenten - und Bayesschätzer,
3. Optimalitätstheorie im Kontext von Exponentialfamilien und bester unverzerrter Schätzung,
4. Problemstellung bei der binären Klassifikation, Optimalität des Bayes Klassifizierers und Methoden zur Klassifikation zusammen mit deren praktischer Umsetzung,
5. aktuelle Methoden für hochdimensionale und große Datenmengen: Shrinkage, Thresholding und das LASSO, Dimensionsreduktion mit Johnson-Lindenstrauss Projektionen und Hauptkomponentenanalyse.

Prüfungshinweise

1. mündliche Prüfungen nach Wahl in Präsenz oder über Videokonferenz,
2. genaue Prüfungstermine vereinbart ab Ende des ersten Drittels der Vorlesungszeit,
3. Hinweise zu Prüfungsschwerpunkten im Laufe der Vorlesung,
4. Möglichkeit zum Einbinden von praktischen Anteilen mit R in die Prüfung (optional).

1. Statistik im linearen Modell

- 1.1. Die multivariate Normalverteilung und klassische statistische Verfahren unter Normalität
- 1.2. Methode der Kleinsten Quadrate und Satz von Gauß-Markov
- 1.3. Inferenz unter Normalverteilung

2. Statistische Modelle und wichtige Schätzverfahren

- 2.1. Statistische Modelle und Momentenschätzer
- 2.2. Maximum-Likelihood Schätzer

3. Exponentialfamilien

- 3.1. Exponentialfamilien: Definition und Beispiel
- 3.2. Maximum-Likelihood und Momentenschätzer in Exponentialfamilien
- 3.3. Unverzerrtes Schätzen und die Cramér-Rao Schranke
- 3.5. Verallgemeinerte lineare Modelle

4. Klassifikation

5. Bayesschätzer, Shrinkage und Thresholding

- 4.1. Bayesschätzer
- 4.2. Shrinkage Schätzung und Thresholding

6. Dimensionsreduktion und hochdimensionale Statistik

- 5.1. Hochdimensionales lineares Modell und das LASSO
- 5.2. Sub-Gaußsche und Sub-exponentielle Verteilungen und Johnstone-Lindenstrauß Projektionen
- 5.3. Kovarianzmatrixschätzung
- 5.4. Hauptkomponentenanalyse

Literaturhinweise

Neben den Vorlesungunterlagen wird zur Lektüre vor allem Krenz et al. (2018) empfohlen. Shao (2003) und Wasserman (2003) sind umfassende Lehrbücher zur (Mathematischen) Statistik.

Für Abschnitt 4.2 zu Thresholding sei auch auf Candès (2006) (dort vor allem die Abschnitte 4 und 5), für das Kapitel 5 auf Hastie, Tibshirani and Wainwright (2015) hingewiesen.

Weitere spezifische Literatur wird im Verlauf der Vorlesung genannt.

Literatur

Krenz, K., Jirak, M., Trabs, M. und Reiß, M. (2018). *Skript zur Vorlesung Methoden der Statistik*. [Link](#)

Candès, E. (2006). *Modern statistical estimation via oracle inequalities*. [Link](#)

Hastie, T., Tibshirani R. and Wainwright, M. (2015). *Statistical Learning with Sparsity: The Lasso and Generalizations*. [Link](#)

Shao, J. (2018). *Mathematical Statistics*. [Springer Link](#)

Wasserman, L. (2003). *All of Statistics*. [Springer Link](#)