

Übungen zur Vorlesung Praktische Einführung in die Numerik

Übungsblatt 10, Abgabe: Donnerstag, 30. Juni 2016, 12.00 Uhr

Übungstermine:

Gruppe 1:	Mo.	16 - 18 Uhr	N1	Leoni Hoffboll	BK 120
Gruppe 2:	Di.	10 - 12 Uhr	SR1C	Leoni Hoffboll	BK 120
Gruppe 3:	Di.	10 - 12 Uhr	N1	Adrian Chaluppka	BK 130

Aufgabe 1: (4 Punkte)Zeigen Sie: Falls eine Matrix $A = (a_{ik})$ das starke Zeilensummenkriterium erfüllt, d.h.

$$|r_{ii}| > \sum_{k \neq i} |a_{ik}| \quad \forall i = 1 \dots n,$$

so konvergiert das Gesamtschrittverfahren.

Aufgabe 2: (4 Punkte)Es sei $p(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_0 \in \mathcal{P}_n$. Die Begleitmatrix von p ist definiert durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & \\ & 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{pmatrix}.$$

1. Zeigen Sie: Das charakteristische Polynom von A ist p .
2. Was können Sie über die Nullstellen von p aussagen, wenn Sie den Satz von Gerschgorin (in der vereinfachten Form der Vorlesung) auf die Matrizen A und A^t anwenden?

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Der Fixpunktsatz von Banach hat mit den Bezeichnungen der Vorlesung die Voraussetzungen:

1. Der Grundraum V ist vollständig (ein Banachraum).
2. Die Menge $D \subset V$ ist abgeschlossen.
3. Die Funktion $g : D \rightarrow V$ ist kontrahierend.
4. Die Werte von g liegen in D , d.h. $g : D \rightarrow D$.

Geben Sie für die Voraussetzungen 1-4 jeweils ein V , D , g an, so dass die anderen drei Voraussetzungen erfüllt sind, aber die Funktion g trotzdem keinen Fixpunkt besitzt.**Aufgabe 4 (Programmieraufgabe):** (4 Punkte)

Führen sie einige Schritte des Gesamtschrittverfahrens und des Einzelschrittverfahrens für das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

und $b = (1, 1, 1)^t$ durch. Schätzen Sie mit Hilfe der Fehlerabschätzungen für Fixpunktiterationen die Konvergenzraten der beiden Verfahren ab und bewerten Sie, welches der beiden Verfahren schneller konvergieren sollte. Vergleichen Sie ihre Abschätzungen mit der tatsächlichen Rate.