

Übungen zur Vorlesung Praktische Einführung in die Numerik

Übungsblatt 10, Abgabe: Freitag, 7. Juli 2017, 12.00 Uhr

Übungstermine:

Gruppe 1:	Di.	10 - 12 Uhr	SR1B	Leoni Hoffboll	BK 120
Gruppe 2:	Di.	10 - 12 Uhr	SRZ216	Adrian Chaluppka	BK 126
Gruppe 3:	Di.	16 - 18 Uhr	SR1B	Adrian Chaluppka	BK 130

Aufgabe 1: (4 Punkte)Zeigen Sie: Falls eine Matrix $A = (a_{ik})$ das starke Zeilensummenkriterium erfüllt, d.h.

$$|r_{ii}| > \sum_{k \neq i} |a_{ik}| \quad \forall i = 1 \dots n,$$

so konvergiert das Gesamtschrittverfahren.

Aufgabe 2: (4 Punkte)Geben Sie eine nichtleere offene Teilmenge $D \subset \mathbb{R}$ und eine differenzierbare Funktion $f : D \mapsto D$ an mit

$$f'(x) = 0 \quad \forall x \in D,$$

die nicht kontrahierend ist.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Der Fixpunktsatz von Banach hat mit den Bezeichnungen der Vorlesung die Voraussetzungen:

1. Der Grundraum V ist vollständig (ein Banachraum).
2. Die Menge $D \subset V$ ist abgeschlossen.
3. Die Funktion $g : D \rightarrow V$ ist kontrahierend.
4. Die Werte von g liegen in D , d.h. $g : D \rightarrow D$.

Geben Sie für die Voraussetzungen 1-4 jeweils ein V , D , g an, so dass die anderen drei Voraussetzungen erfüllt sind, aber die Funktion g trotzdem keinen Fixpunkt besitzt.**Aufgabe 4 (Programmieraufgabe):** (4 Punkte)Führen sie einige Schritte des Gesamtschrittverfahrens und des Einzelschrittverfahrens für das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

und $b = (1, 1, 1)^t$ durch. Schätzen Sie mit Hilfe der Fehlerabschätzungen für Fixpunktiterationen die Konvergenzraten der beiden Verfahren ab und bewerten Sie, welches der beiden Verfahren schneller konvergieren sollte. Vergleichen Sie ihre Abschätzungen mit der tatsächlichen Rate.