

Abbildung 6: Korrelations-Stellarinterferometer

4.2.4 Auffinden kleiner Signale mit Hilfe der Autokorrelationsfunktion



Abbildung 7: Autokorrelationsfunktion eines Breitbandrauschens

Reale physikalische Signale sind grundsätzlich von unregelmäßigen Fluktuationen überlagert. So tritt zum Beispiel an jedem Widerstand eine "Rauschspannung" auf, die ein über große Frequenzbereiche weißes Spektrum besitzt und proportional zur Temperatur ist (vgl. Vorlesung "Statistische Mechanik"). Sehr häufig geht es messtechnisch darum, kleine Änderungen von physikalischen Größen nachzuweisen. Diese kleinen Änderungen gehen sehr leicht im Rauschen unter. Häufig kann man jedoch dafür sorgen, dass das zu messende physikalische Signal eine wohldefinierte Frequenz besitzt²⁵. Die Autokorrelationsfunktion des Signales oszilliert deshalb bis zu extrem großen $|\tau|$.

Das Rauschen hat normalerweise keine wohldefinierte Frequenz, sondern ist mehr oder weniger breitbandig. Die Korrelationszeit ist kurz; das bedeutet, dass die Autokorrelationsfunktion des Rauschens schnell abfällt. Wenn also die Autokorrelationsfunktion von

²⁵Man muss dazu den zu untersuchenden physikalischen Effekt mit dieser Frequenz modulieren.

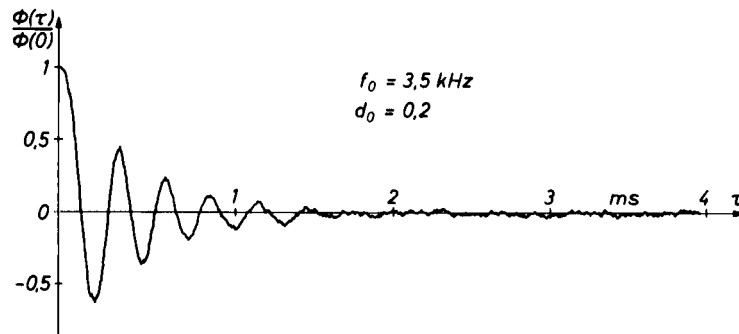


Abbildung 8: Autokorrelationsfunktion von gefiltertem Rauschen; LC-Filter mit der Resonanzfrequenz $f_0 = 3,5\text{kHz}$

„Signal + Rauschen“ bei großen $|\tau|$ nicht verschwindet, so liegt dies — im Rahmen dieser Argumentation — einzig an Beiträgen des eigentlichen physikalischen Signales (vgl. Abb. 7 und 8).

Quantitativ stellt sich die Situation folgendermaßen dar. Das gemessene Signal $s'(t)$ setze sich aus dem Nutzsignal $s(t)$ und dem damit nicht korrelierten Rauschen zusammen:

$$s'(t) = s(t) + r(t).$$

(Wie üblich sei $\langle s \rangle = \langle r \rangle = 0$.) Dann gilt für die Autokorrelationsfunktion:

$$\begin{aligned} \Gamma_{s's'}(\tau) &= \langle s'(t) \cdot s'(t + \tau) \rangle = \langle s(t) \cdot s(t + \tau) \rangle + \langle s(t)r(t + \tau) \rangle \\ &\quad + \langle r(t) \cdot s(t + \tau) \rangle + \langle r(t) \cdot r(t + \tau) \rangle \\ &= \Gamma_{ss}(\tau) + \Gamma_{rr}(\tau). \end{aligned}$$

In Abb. 9 ist die AKF eines mit breitbandigem Rauschen überlagerten periodischen Signales gezeigt, und zwar für ein Signal-zu-Rausch-Verhältnis (S/R-Verhältnis, S/N = „signal-to-noise ratio“) von 1:4. (Dies ist definiert als $\langle s^2 \rangle^{1/2} / \langle r^2 \rangle^{1/2}$.) Wie man sieht,

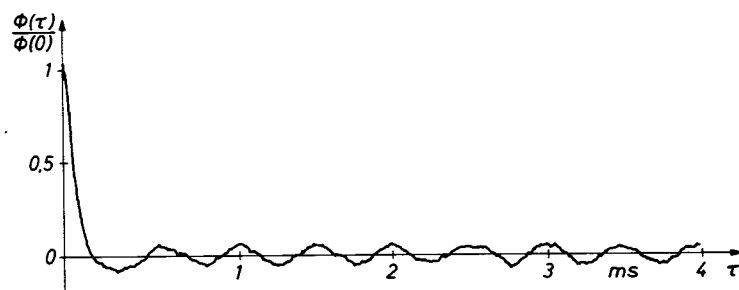


Abbildung 9: Autokorrelationsfunktion einer Sinusschwingung von 2 kHz mit überlagertem Breitbandrauschen. Signal-Rausch-Verhältnis 1:4.

kann man Γ_{ss} und Γ_{rr} gut identifizieren und die Periode und Höhe von Φ_{ss} trotz des schlechten S/R-Wertes bestimmen.

Es sei darauf hingewiesen, dass

$$\Gamma_{ss}(0) = \langle s^2(t) \rangle$$

und

$$\Gamma_{rr}(0) = \langle r^2(t) \rangle$$

die mittlere Signal- bzw. Rauschleistung darstellen. Im vorliegenden Fall ist deshalb

$$\Gamma_{ss}(0)/\Gamma_{s's'}(0) = 1/17.$$

Leider sind den zu messenden Signalen in aller Regel nicht nur unregelmäßige Fluktuationen überlagert, sondern auch noch Störsignale. Diese werden häufig als "technisches Rauschen" bezeichnet. Dazu gehören allgegenwärtige Signale von 50 Hz und deren Oberwellen, aber auch Signale, die zum Beispiel von einem starken örtlichen Rundfunksender stammen. Diese Störsignale können ebenfalls sehr große Korrelationszeiten besitzen und schränken deshalb die Anwendbarkeit der Autokorrelationsfunktion ein. Man wird in der Praxis die Autokorrelationsfunktion fouriertransformieren müssen, um im Spektrum nach dem zu messenden Signal zu suchen.

Natürlich kann man versuchen, im Fourierspektrum störende Frequenzkomponenten (z. B. 50 Hz) herauszufiltern. Man kann ebenfalls versuchen, in der Autokorrelationsfunktion den Bereich kleiner $|\tau|$, der im wesentlichen Informationen über das breitbandige Rauschen enthält, zu unterdrücken. Selbstverständlich kann man diese Prozesse auch mehrfach ausführen, um "schöne" Darstellungen zu erhalten. Die Grenze zur Datenmanipulation ist jedoch fließend.

4.2.5 Der "phasenempfindliche Gleichrichter" oder "Lock-In-Verstärker"

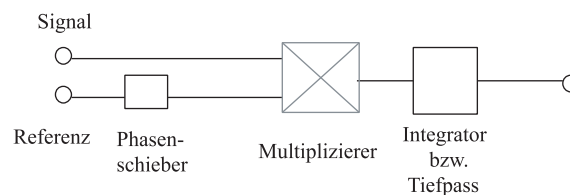


Abbildung 10: Prinzipaufbau eines Lock-In-Verstärkers

Wenn man ein physikalisches Experiment so führt, dass das Signal eine bestimmte diskrete Frequenz besitzt, so kennt man im allgemeinen nicht nur die Frequenz des Signales, sondern auch die Phase. Dies wird beim "phasenempfindlichen Gleichrichter" ausgenutzt, der heute meistens "Lock-In-Verstärker" genannt wird.

Ein Lock-In-Verstärker besitzt zwei Eingänge (s. Abb. 10), den "Signal-Eingang" und den "Referenzeingang". Auf den Referenzeingang wird ein Signal gegeben, das die Information über die Modulation des physikalischen Effektes enthält. Ist beispielsweise das

Signal durch die Versuchsführung sinusförmig mit der Frequenz f_s moduliert worden, so wird man dafür sorgen, dass bei dem Modulationsprozess auch ein Referenzsignal

$$U_{ref} = U_0 \cdot \sin(2\pi f_s t)$$

erzeugt wird. Auf den Signaleingang gibt man das zu messende Signal, das im allgemeinen stark verrauscht ist:

$$U_s = U_1 \cdot \sin(2\pi f_s t + \varphi_s) + U_R(t)$$

Durch den Phasenwinkel φ_s wird berücksichtigt, dass bei dem zu untersuchenden physikalischen Prozess eine Phasenverschiebung auftreten kann. Die eigentliche Messgröße ist U_1 . U_1 hängt in der Regel von irgendwelchen Parametern ab: $U_1(p_1, p_2, \dots)$, und diese Abhängigkeit ist Gegenstand der Untersuchung.

Im Lock-In-Verstärker wird jetzt in U_{ref} eine Phasenverschiebung um einen einstellbaren Winkel φ_R durchgeführt. Anschließend werden Eingangssignal und phasenverschobenes Referenzsignal miteinander multipliziert:

$$U_P(t) = U_0 \cdot U_1 \cdot \sin(2\pi f_s t + \varphi_s) \cdot \sin(2\pi f_s t + \varphi_R) \\ + U_0 \cdot U_R(t) \cdot \sin(2\pi f_s t + \varphi_R)$$

Das Ergebnis der Multiplikation geht auf einen Tiefpass mit einstellbarer Zeitkonstante τ_{RC} . Dessen Ausgang liefert das Ausgangssignal.

Wir können U_P umschreiben zu

$$U_P(t) = \frac{1}{2} U_0 U_1 \cos(\varphi_s - \varphi_R) - \frac{1}{2} \cos[4\pi f_s t + \varphi_R + \varphi_s] \\ + \frac{U_0}{2i} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} U_R(f) \cdot e^{i2\pi f t} \cdot (e^{i(2\pi f_s t + \varphi_R)} - e^{-i(2\pi f_s t + \varphi_R)}) df$$

Dabei ist $U_R(f) = \mathcal{F}[U_R(t)]$. Bei einigermaßen großen Werten der Zeitkonstante τ_{RC} des Tiefpasses wird der Anteil von $U_P(t)$ bei $2f_s$ von dem Tiefpass völlig unterdrückt. Wir erhalten mit einem Tiefpass 1. Ordnung am Ausgang des Gerätes (vgl. Abschnitt 1.1.1)

$$U_a(t) = \frac{1}{2} U_0 U_1 \cos(\varphi_s - \varphi_R) \\ + \frac{U_0}{2i} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{e^{i2\pi(f+f_s)t+i\varphi_R}}{1+i2\pi(f+f_s)\tau_{RC}} - \frac{e^{i2\pi(f-f_s)t-i\varphi_R}}{1+i2\pi(f-f_s)\tau_{RC}} \right] U_R(f) df.$$

Mit den Substitutionen $f' = f + f_s$ bzw. $f' = f - f_s$ geht der 2. Summand über in

$$\frac{U_0}{2i} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i2\pi f' t}}{1+i2\pi f' \tau_{RC}} \cdot (U_R(f' - f_s) \cdot e^{i\varphi_R} - U_R(f' + f_s) e^{-i\varphi_R}) df'.$$

Der Lock-In-Verstärker liefert als Nutzsignal also gerade den Wert der Kreuzkorrelationsfunktion zwischen dem Signal und dem Referenzsignal für den Wert

$$\tau = \frac{\varphi_s - \varphi_R}{2\pi \cdot f_s},$$

d. h. der Lock-In-Verstärker ist "phasenempfindlich". Außerdem liefert er ein Rauschsignal, das bis auf Phasendrehungen dem *bandpassgefilterten Rauschen* bei den Frequenzen $\pm f_s$ entspricht. Die volle Halbwertbreite des Bandpasses ist $1/(\pi\tau_{RC})$ (vgl. Abschn. 1.1.1).

Wenn man das Signal mit einer "komplexen Amplitude" beschreibt, so hat häufig der Realteil der Amplitude eine andere Parameterabhängigkeit als der Imaginärteil. (Zum Beispiel wird häufig die Frequenzabhängigkeit des Realteiles einer komplexen physikalischen Größe durch eine Dispersionskurve und der Imaginärteil durch eine Lorentzkurve beschrieben.) Durch passende Wahl von φ_R kann man mit einem Lock-In-Verstärker den Realteil und den Imaginärteil getrennt messen.

Der Hauptvorteil des Lock-In-Verstärkers liegt in seiner Behandlung des Rauschens. Üblich sind durchaus Zeitkonstanten von 30 s. Die volle Halbwertsbreite liegt dann unabhängig von f_s bei 0,011 Hz. So scharfe Filter sind auf andere Weise nicht einfach zu verwirklichen, insbesondere nicht bei hohen Frequenzen. (f_s kann durchaus bei 100 MHz liegen; die Güte des Filters [Frequenz / Halbwertbreite] müsste also bei einigen 10^9 liegen!) Angenommen, man könnte ein derartiges passives Filter realisieren, dann müsste man aber noch dafür sorgen, dass die Frequenz des Signals und die Resonanzfrequenz des Filters immer übereinstimmen. Das würde — sofern überhaupt möglich — einen sehr großen Aufwand erfordern. Bei einem Lock-In-Verstärker stört eine langsame "Drift" von f_s überhaupt nicht, solange f_s während der Zeit τ_{RC} als konstant angesehen werden kann.

Bei einem realen Lock-In-Verstärker kann es ein Problem sein, dass der sogenannte "Dynamikbereich" zu klein ist, d. h. dass die großen (breitbandigen) Fluktuationen im Eingangssignal das Gerät übersteuern. Daher enthalten viele Lock-In-Verstärker im Signalkanal vor dem Multiplizierer einen schmalbandigen Verstärker, der auf die Signalfrequenz abgestimmt ist. Die Bandbreite dieses Verstärkers ist jedoch immer viel größer als die Bandbreite des Tiefpasses, so dass die vorstehenden Überlegungen dadurch nicht beeinflusst werden.

4.2.6 Messung der Übertragungseigenschaften eines Systems mit Hilfe von weißem Rauschen

Es kommt in der Messtechnik häufig vor, dass die Übertragungseigenschaften eines LTI-Systemes bestimmt werden sollen. Es gibt dann — vgl. Kap.2 — zwei gleichwertige Möglichkeiten: entweder man bestimmt experimentell die Übertragungsfunktion und berechnet daraus gegebenenfalls die Stoßantwort durch inverse FT oder man bestimmt experimentell die Stoßantwort und berechnet daraus durch FT die Übertragungsfunktion.

Die Messung der Übertragungsfunktion erfordert, dass man ein sinusförmiges Signal auf das System gibt und die Amplitude und Phase des Ausgangssignales bestimmt (Abb. 11a). Dies muss man im Prinzip für alle Frequenzen durchführen; das ist ein relativ mühsamer und teurer Prozess.

Die Stoßantwort eines Systemes ist die Reaktion auf einen Diracstoß und damit prinzipiell eigentlich nicht messbar. Man wird bei einer Messung (Abb. 11b) versuchen müssen, einen

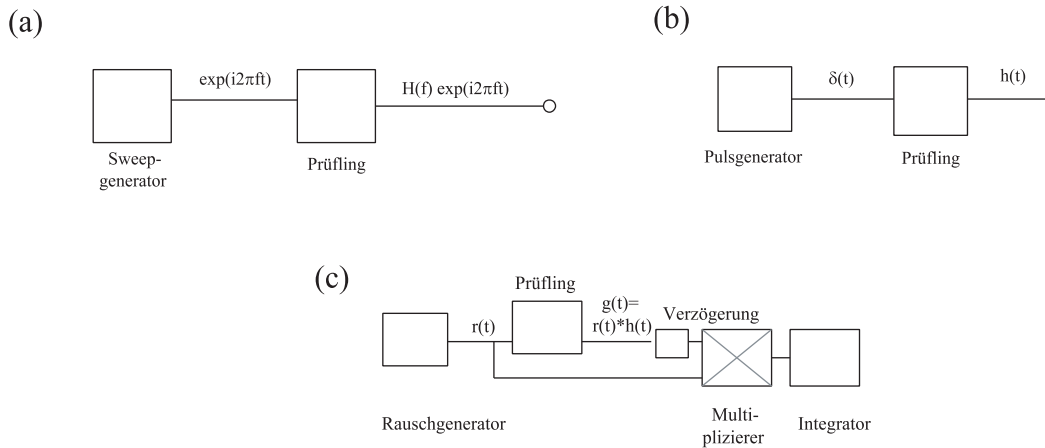


Abbildung 11: Methoden zur Charakterisierung eines unbekanntes (lineares) Systems (a) Bestimmung der Übertragungsfunktion (b) direkte Bestimmung der Stoßantwort (c) Bestimmung der Stoßantwort mittels Rauschgenerator und Korrelator

Puls zu verwenden, der kurz ist gegenüber der Periode der höchsten Frequenzen, die in der Stoßantwort vorkommen. Um nun aber bei der Bestimmung der Stoßantwort auch für große Zeiten noch ein ausreichendes Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu erzielen (oder um — falls das Rauschen gering ist — bei einer digitalen Messung den Quantisierungsfehler klein zu halten) benötigt man eine ausreichende Energie des Pulses und damit eine hohe Amplitude. Selbst wenn man ein Gerät zur Verfügung hat, das kurze Pulse ausreichend großer Amplitude erzeugen kann, so besteht noch das Problem, dass viele Systeme sich nur näherungsweise als LTI-Systeme verhalten und bei großen Amplituden nichtlineare Phänomene zeigen. Daher wird eine direkte Bestimmung der Stoßantwort nicht sehr häufig angewandt.

Ein sehr häufig benutzter Ausweg besteht darin, einen breitbandigen Rauschgenerator als Signalquelle zu benutzen. Im Idealfall sollte er "weißes Rauschen" abgeben. Dabei handelt es sich um ein stochastisches Signal $r(t)$ mit der Korrelationszeit Null. Das bedeutet, dass die Autokorrelationsfunktion des Ausgangssignales eines idealen Rauschgenerators eine δ -Funktion ist

$$\Gamma_{rr}(\tau) = \langle r(t) \cdot r^*(t + \tau) \rangle \sim \delta(\tau)$$

und dass damit sein Leistungsspektrum frequenzunabhängig ist

$$|R(f)|^2 = \text{const.}$$

Diese Eigenschaft hat er mit einem hypothetischen Generator für δ -Funktionen gemeinsam. Während jedoch bei einem Diracpuls die Phasen aller Frequenzkomponenten festliegen, variieren sie bei einem Rauschgenerator von Frequenzkomponente zu Frequenzkomponente völlig stochastisch. Das Prinzip der Messung ist in Abb. 11c dargestellt: man gibt

das Rauschsignal $r(t)$ auf den Prüfling, der durch die Stoßantwort $h(t)$ charakterisiert ist. Am Ausgang erhält man

$$g(t) = r(t) * h(t).$$

Man bildet nun mit möglichst langen Integrationszeiten die Kreuzkorrelationsfunktion zwischen Eingangs- und Ausgangssignal:

$$\begin{aligned}\Gamma_{rg}(\tau) &= \langle r(t) \cdot g(t + \tau) \rangle \\ &= r(-\tau) * g(\tau) \\ &= r(-\tau) * r(\tau) * h(\tau) \\ &= \Gamma_{rr}(\tau) * h(\tau).\end{aligned}$$

Nun ist aber gerade

$$\Gamma_{rr}(\tau) \sim \delta(\tau)$$

und damit gilt

$$h(\tau) \sim \Gamma_{rg}(\tau).$$

Bis auf eine zunächst unbekannt Proportionalitätskonstante ist die gemessene Kreuzkorrelationsfunktion also die gesuchte Stoßantwort!

Nun könnte man auf die Idee kommen, man könne auf die Berechnung von $\Gamma_{rg}(\tau)$ verzichten und stattdessen die FT von $r(t)$ und $g(t)$ bestimmen. Man hätte dann

$$G(f) = R(f) \cdot H(f)$$

und könnte problemlos $H(f)$ berechnen. Für rauschfreie Systeme ist das in der Tat richtig. In der Realität wird aber in dem gemessenen Signal ein mit dem Eingangssignal nicht korreliertes Rauschsignal $r'(t)$ enthalten sein, das in dem LTI-System oder im Messsystem erzeugt wird:

$$g'(t) = g(t) + r'(t).$$

es gilt dann

$$\begin{aligned}G'(f) &= G(f) + R'(f) \\ &= H(f) \cdot R(f) + R'(f).\end{aligned}$$

Auch bei unendlich langer Messzeit verschwindet $R'(f)$ natürlich nicht. Sofern der Rauschprozess stationär ist, kann man zwar $|R'(f)|$ bestimmen, indem man das Signal $e(t) \equiv 0$ auf den Eingang des LTI-Systemes gibt. Da man aber $r'(t)$ nicht messen kann, während $r(t)$ am Eingang anliegt, bleibt die Phase der einzelnen Frequenzkomponenten $R'(f)$ während der Messung von $G'(f)$ völlig unbekannt und man kann daher $R'(f)$ aus $G'(f)$ nicht eliminieren.

Wenn hingegen die Kreuzkorrelationsfunktion bestimmt wird, gibt es keine Probleme, denn es ist

$$\Gamma_{rg'}(\tau) = \Gamma_{rg}(\tau) + \Gamma_{rr'}(\tau) = \Gamma_{rg}(\tau).$$

Diese Beziehung gilt dann, wenn das Zusatzrauschen $r'(t)$ nicht mit dem Signal $r(t)$ des Rauschgenerators korreliert ist. Selbst wenn $|r'(t)|$ im Vergleich zu $|g(t)|$ groß ist, so haben wir lediglich hinreichend lange zu messen, um $|\Gamma_{rr'}(\tau)| \ll |\Gamma_{rg}(\tau)|$ zu erreichen.

4.2.7 Bestimmung von Laufzeiten mit Hilfe der Kreuzkorrelationsfunktion

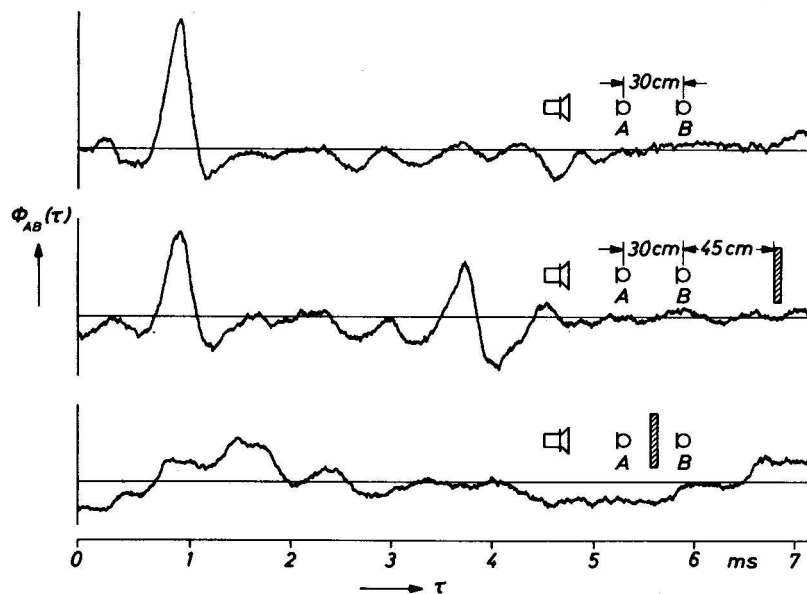


Abbildung 12: Kreuzkorrelogramme der Signale zweier Mikrofone A und B im Schallfeld RC-gefilterten Rauschens. Oben: Mikrofone allein. Mitte: mit Holzplatte als Reflektor. Unten: Holzplatte zwischen den Mikrofonen.

Wenn ein Signal $s(t)$ sich räumlich ausbreitet, so dass man an den Stellen x_1 und x_2 die Signale

$$s_1(t) = a \cdot s(t - t_1)$$

$$s_2(t) = b \cdot s(t - t_2)$$

hat (s. Abb. 12), so kann man aus der Bestimmung von $\Phi_{s_1 s_2}(\tau)$ (für Energiesignale) oder $\Gamma_{s_1 s_2}(\tau)$ für Leistungssignale die Laufzeitdifferenz $t_1 - t_2$ bestimmen, da $s_1(t)$ und $s_2(t + \tau_0)$ voll korreliert sind, sobald $\tau_0 = t_1 - t_2$. Offenbar gilt

$$\Gamma_{s_1 s_2}(\tau - \tau_0) \sim \Gamma_{ss}(\tau), \text{ bzw. } \Phi_{s_1 s_2}(\tau - \tau_0) \sim \Phi_{ss}(\tau).$$

Der Wert von τ_0 lässt sich besonders genau bestimmen, wenn $\Gamma_{ss}(\tau)$ bzw. $\Phi_{ss}(\tau)$ von ihrem Maximum bei $\tau = 0$ möglichst schnell abfällt. Dies erfordert ein breites Spektrum von $s(t)$.

Mit Hilfe der Kreuzkorrelationsfunktion kann man also Laufzeiten oder Laufzeitdifferenzen genau messen, ohne Diracpulse zu verwenden. Daher wird das Verfahren häufig angewandt, z. B. in der Radar- und Sonartechnik²⁶. Man benutzt dabei in der Regel lange Pulse, deren Umhüllende eine Rechteckfunktion ist und deren Frequenz sich kontinuierlich ändert (vgl. Abb. 13). Man bezeichnet solche frequenzmodulierten Pulse als "chirped

²⁶Sonarverfahren sind radarartige akustische Verfahren, die gewöhnlich mit Ultraschall arbeiten und häufig unter Wasser eingesetzt werden.

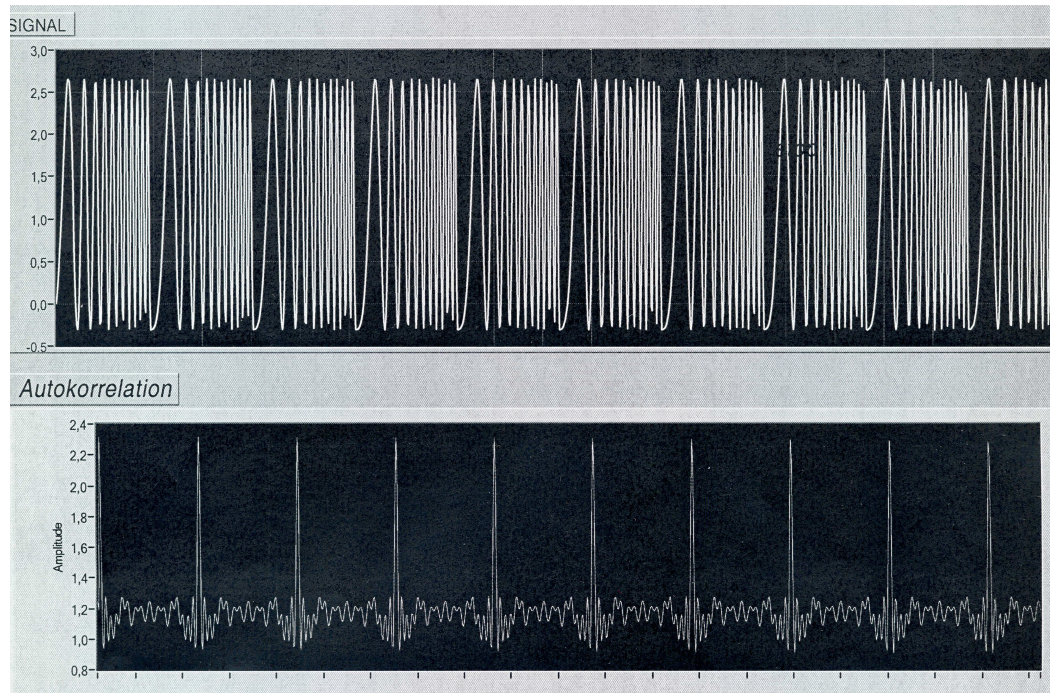


Abbildung 13: Periodische Folge von Wellenlängen mit Frequenzchirp und zugehörige Autokorrelationsfunktion. Man beachte, dass die "peaks" der Autokorrelationsfunktion viel kürzer sind als die Dauer der Wellenzüge ("Pulskompression").

pulses" (to chirp = zwitschern).

Bemerkenswert ist, dass der Mensch ohne technische Hilfsmittel mit Hilfe seiner beiden Ohren sehr geringe Laufzeitunterschiede auflösen kann. Der Schall einer genau vor einem Menschen aufgestellten Schallquelle erreicht beide Ohren gleichzeitig. Eine Abweichung von 3° aus der Mittelebene wird bemerkt. Dies entspricht einem Laufzeitunterschied von $30 \mu\text{s}$ (s. Abb. 14). Das Kunststück gelingt natürlich nicht mit tiefen Tönen.

Fledermäuse orientieren sich und lokalisieren Beute, indem sie "gechirpte" Ultraschallimpulse aussenden und mit ihren gut entwickelten Ohren die Ultraschallreflexe auffangen. Dabei werden sie von den Ultraschallsignalen anderer Fledermäuse nicht gestört.

In beiden Fällen scheinen Kreuzkorrelationsfunktionen im Spiel zu sein.

In der industriellen Technik werden Kreuzkorrelationsfunktionen benutzt, um Geschwindigkeiten etwa von Papier- oder Gewebepapieren zu messen. Man beleuchtet dazu kleine räumliche Bereiche an zwei exakt in Bewegungsrichtung auseinanderliegenden Stellen und korreliert das Streulicht. Aus der Zeit, für die sich eine Korrelation ergibt, und dem Abstand erhält man die Geschwindigkeit (s. Abb. 15)

4.2.8 Analyse von ultrakurzen Pulsen

Das zeitliche Auflösungsvermögen von Detektoren und von Geräten wie Oszilloskopen reicht häufig nicht aus, um die Länge kurzer Pulse oder gar ihre Pulsform zu analysieren. Dies ist regelmäßig der Fall bei Subpikosekunden, wie sie heute sogar mit kommerziell

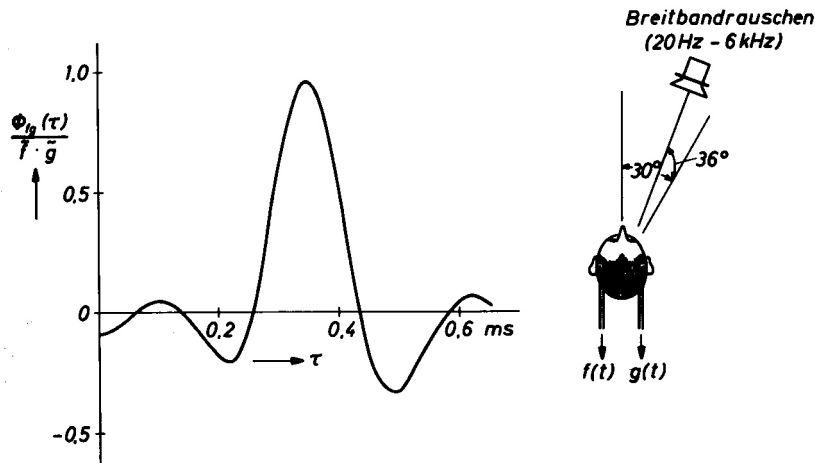


Abbildung 14: Kreuzkorrelationsfunktion der von den beiden Ohren eines künstlichen Kopfes aufgenommenen Schallsignale bei Beschallung mit Breitbandrauschen aus einer gegen die Gesichtsnormale horizontal um 30° , vertikal um 36° geneigten Richtung (rechts oben).

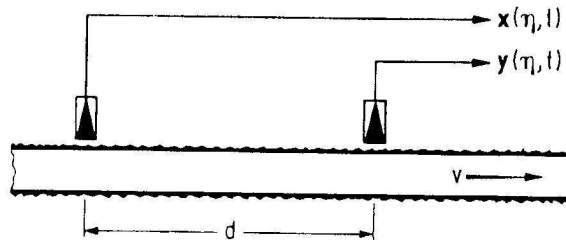


Abbildung 15: Beobachtung des diffusen Streulichtes einer bewegten matten Oberfläche zur Bestimmung der Geschwindigkeit.

hergestellten Lasern routinemäßig erzeugt werden. Diese kurzen Pulse treten meistens in regelmäßigen Pulszügen mit Wiederholraten um 100 MHz auf.

Zur Analyse derart kurzer Pulse bieten sich Korrelationsverfahren an. Bei optischen Pulsen werden *Autokorrelatoren* eingesetzt, wie in Abb. 16 als Prinzipanordnung gezeigt sind. Die Grundidee besteht darin, den Lichtstrahl in zwei Teilstrahlen gleicher Leistung aufzuteilen und nach variablen Laufstrecken in einem nichtlinearen Element wieder zusammenzuführen. Das nichtlineare Element reagiert unterschiedlich, wenn die Pulse in den beiden Teilstrahlen zeitlich überlappen. Ein Puls von 1 ps Dauer stellt nur einen Wellenzug von $0,3 \text{ mm}$ Länge dar. Daher reichen kleine Änderungen der geometrischen Weglängen aus, um eine bestehende zeitliche Überlappung aufzuheben.

Als nichtlineares Element wird ein "nichtlinearer optischer Kristall" benutzt, zum Beispiel Kaliumdihydrogenphosphat (KDP). In diesem findet eine Frequenzverdopplung des Lichtes statt, die ein Analogon zur Frequenzverdopplung elektrischer Signale an nichtlinearen elektronischen Bauelementen darstellt (vgl. Abschn. 1.1.3 und Vorlesung "Angewandte Physik II"). Die Intensität des bei der halben Wellenlänge erzeugten Lichtes ist proportio-

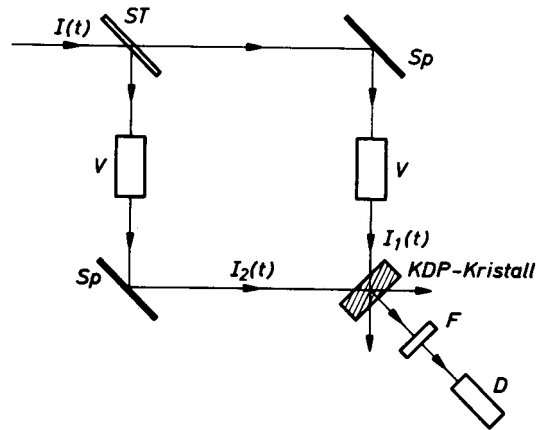


Abbildung 16: Meßanordnung zur Bestimmung der Impulsdauer von Picosekunden-Lichtimpulsen. ST: Strahlteiler, Sp: Spiegel, V: Verzögerungsstrecken, F: Filter, D: Detektor (z. B. Fotomultiplier)

nal zum Quadrat der Intensität in der Grundwelle. Sie wird zeitintegrierend beobachtet²⁷. Das Detektorsignal S ist

$$S = \beta \int_{-\infty}^{+\infty} I_1(t) \cdot I_2(t) dt = \beta \int_{-\infty}^{+\infty} I_1(t) \cdot I_1(t + \tau) dt = \frac{\beta}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} I(t) \cdot I(t + \tau) dt = \frac{\beta}{4} \Phi(\tau)$$

Dabei sind $I_1(t)$ und $I_2(t)$ die Intensitäten in den Teilstrahlen, gemessen im nichtlinearen Kristall, τ ist die Verzögerung des 2. Teilstrahles relativ zum ersten, β ist die Effizienz des Nachweisprozesses, $I(t)$ ist der Intensitätsverlauf im unaufgeteilten Strahl und $\Phi(\tau)$ ist

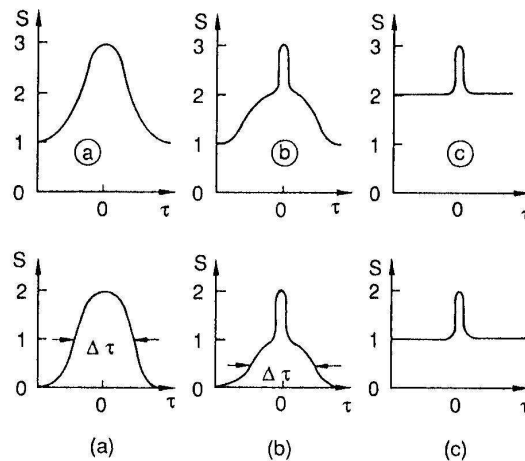


Abbildung 17: Autokorrelatorsignale mit (obere Reihe) und ohne Untergrund für (a) fourierlimitierte Pulse (b) Pulse mit zeitlicher Substruktur und (c) Rauschpulse

die Autokorrelationsfunktion (für Energiesignale) des zeitlichen Verlaufs der Intensität²⁸.

²⁷Es lässt sich erreichen, dass die beiden Teilstrahlen für sich allein kein Signal erzeugen.

²⁸Die Mittelung, die zur Definition der Intensität gehört, soll sich jetzt nur über einige Schwingungsperioden der Feldstärke erstrecken

Die Umhüllende des Pulsverlaufes ist im allgemeinen nicht sehr verschieden von einer Gaußkurve. Wenn der Impuls fourierlimitiert ist (vgl. Anhang zu Kap. 2), so ist die AKF ebenfalls gaußförmig. Das Auftreten einer scharfen Spitze auf einer gaußähnlichen Kurve wie in einer der Teilabbildungen von Abb. 17 ist ein Zeichen dafür, dass der Puls noch eine zeitliche Substruktur besitzt und damit nicht fourierlimitiert ist.