5 Modulationsverfahren

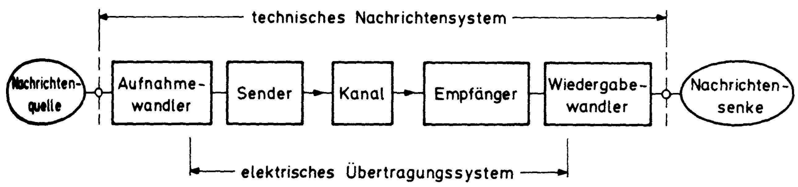

Abbildung 1: Schema eines Übertragungssystems

Bei der Übertragung von Signalen durch "Übertragungskanäle" (vgl. Abb. 1) gibt es zwei typische Probleme:

(a) Das Signal liegt im Frequenzbereich f_1 bis f_2; es hat die Bandbreite $\Delta f = f_2 - f_1$. Der Übertragungskanal kann die Frequenzen von f_1' bis f_2' übertragen. Seine Bandbreite f_B ist zwar größer als Δf, aber das Intervall $[f_1, f_2]$ ist nicht in $[f_1', f_2']$ enthalten.

Bsp.: Das Spektrum eines Audiosignals erstreckt sich von 30Hz bis ca. 20kHz. Es lässt sich hervorragend übertragen, wenn der Übertragungskanal ein Kabel ist, aber nicht, wenn er ein Hohlleiter ist (vgl. Grundvorlesung und Kap. 6). Auch die Übertragung mittels elektromagnetischer Wellen durch die Atmosphäre kommt kaum in Frage (Grund?).

(b) Ein Übertragungskanal (z. B. die Atmosphäre) soll von vielen Nutzern gleichzeitig genutzt werden.

Für beide Probleme besteht die Lösung darin, das Signal durch *Modulationsverfahren* in das Intervall (f_1', f_2') zu verschieben. Notwendige Voraussetzung dafür ist natürlich $f_B > \Delta f$.

Um den Übertragungskanal mit $f_B \gg \Delta f$ vielen Nutzern zur Verfügung stellen zu können, gibt es zwei grundverschiedene Möglichkeiten[29]

(1) Man stellt jedem Nutzer nur ein Teilband der Breite Δf im Frequenzbereich $[f_1', f_2']$ zur Verfügung (s. Abb. 1). Diese Technik wird als "Frequenzmultiplexen" bezeichnet [multiplex, lat. = vielfach].
Das geschieht bisher beim Rundfunk und im Fernsehen.

(2) Man stellt jedem Nutzer das gesamte Band (f_1', f_2') zur Verfügung, aber nur für einen Bruchteil der Zeit. Wenn $f_B \gg \Delta f$, so lässt sich erreichen, dass der Nutzer nichts davon bemerkt. Man spricht in diesem Fall von "Zeitmultiplexen".

Die Möglichkeit des Zeitmultiplexens ergibt sich zwanglos aus Abschn. 3.3. Man muss dazu nur das zu übertragende Signal mit der Abtastrate $2 \cdot \Delta f$ (Abtasttheorem!) abtasten. Die abgetastete Funktion $[s_0'(t)$ bzw. $s_a(t)$ in Abschn. 3.3] enthält dann noch die volle Information. Die zeitlichen Lücken zwischen den einzelnen Impulsen können anderweitig

[29] In Abschn. 5.2.2 wird noch eine ganz andere Möglichkeit vorgestellt.

genutzt werden. (Ein Modulationsverfahren, bei dem die Pulshöhe die Information enthält, wird als "Puls–Amplituden–Modulation" (PAM) bezeichnet; es spielt heute keine große Rolle.) Zu beachten ist, dass die Bandbreite des abgetasteten Signals wesentlich größer ist als die Bandbreite des Signals.

Sowohl das Frequenzmultiplexen als auch das Zeitmultiplexen lässt sich mit analogen oder mit digitalen Verfahren realisieren. Typischerweise nutzen jedoch Analogverfahren das Frequenzmultiplexen und Digitalverfahren das Zeitmultiplexen.

5.1 Analoge Modulationsverfahren

5.1.1 Amplitudenmodulation

Ein reelles Signal $s(t)$, in dem die Frequenzen f_1 bis f_2 vorkommen, besitzt im Fourierspektrum $S(f)$ nichtverschwindende Spektralkomponenten in den Intervallen $[f_1, f_2]$ und $[-f_2, -f_1]$. $\mid S(f) \mid$ ist eine gerade Funktion. Bei der Amplitudenmodulation nutzt man im Prinzip aus, dass bei der Multiplikation von $s(t)$ mit $e^{i2\pi f_T \cdot f}$ eine Frequenzverschiebung um f_T auftritt:

$$s(t) \cdot e^{i2\pi f_T \cdot t} \circ\!\!-\!\!\bullet\; S(f) * \delta(f - f_T) = S(f - f_T)$$

f_T wird als *Trägerfrequenz* bezeichnet. Verschiedene Signale, die durch den gleichen Über-

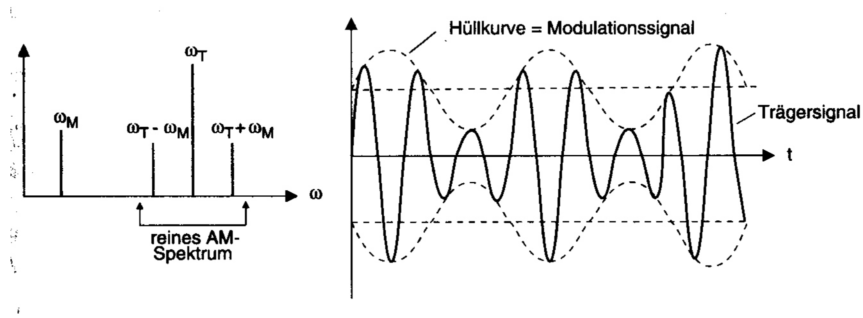

Abbildung 2: Spektrum und Zeitfunktion der Amplitudenmodulation

tragungskanal laufen, werden durch unterschiedliche Trägerfrequenzen unterschieden.

Die Eigenschaften der Amplitudenmodulation lassen sich am besten verstehen, wenn man betrachtet, wie das Trägersignal

$$s_T(t) = S_T \cdot \cos(2\pi f_T t)$$

mit einem Modulationssignal

$$s_M(t) = S_M \cdot \cos(2\pi f_M t)$$

moduliert wird:

$$\begin{aligned} s_{AM}(t) &= (S_T + S_M \cdot \cos(2\pi f_M t)) \cdot \cos(2\pi f_T t) \\ &= S_T \cdot (1 + m \cdot \cos(2\pi f_M t)) \cdot \cos(2\pi f_T t) \end{aligned}$$

$m = S_M/S_T$ wird als "Modulationsgrad" bezeichnet. $s_{AM}(t)$ lässt sich ausdrücken als

$$s_{AM}(t) = S_T \cdot \left[\cos(2\pi f_T t) + \frac{m}{2} \cdot (\cos(2\pi(f_T - f_M)t) + \cos(2\pi(f_T + f_M)t))\right]$$

Es tritt also ein "oberes" und ein "unteres Seitenband" auf (vgl. Abb. 2).

Im Signalempfänger muss eine *Demodulation* durchgeführt werden, um aus $s_{AM}(t)$ das Signal $s_M(t)$ zurückzugewinnen (vgl. Abb. 3). Dies gelingt im Fall $m \ll 1$ durch eine Gleichrichtung und Tiefpassfilterung. Diese Kombination erzeugt bekanntlich aus einer

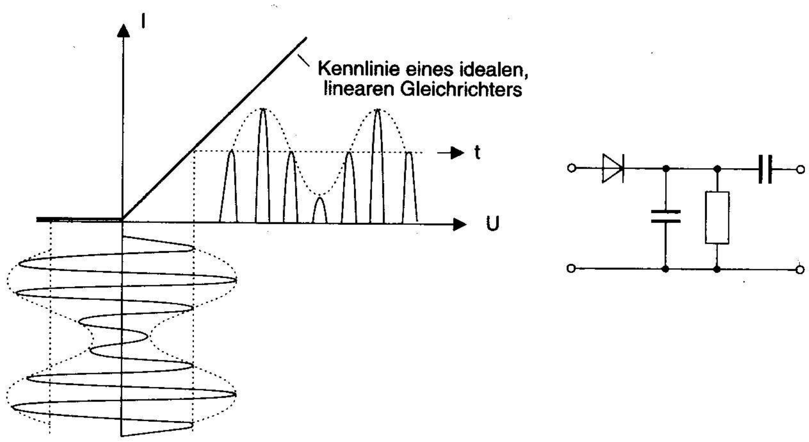

Abbildung 3: Demodulation durch Hüllkurvengleichrichtung

sinusförmigen Spannung eine Gleichspannung. Daher wird aus einem sinusförmigen Signal mit der (langsam zeitabhängigen) Amplitude ein Signal, das den Zeitvariationen der Amplitude folgt. Dies ist deshalb möglich, weil in dem amplitudenmodulierten Signal der "Träger" dominant ist, der die Frequenzen f_T und $-f_T$ enthält. An der nichtlinearen Kennlinie des Gleichrichters findet eine *Mischung* statt, bei der aus den Frequenzkomponenten $f_T \pm f_M$ unter anderem wieder die Frequenzkomponenten $\pm f_M$ erzeugt werden.

Ein Nachteil der hier beschriebenen einfachsten Variante der Amplitudenmodulation liegt darin, dass der größte Teil der Signalleistung durch den Träger repräsentiert wird und daher keinerlei Information trägt. Man kann versuchen, zu günstigeren Verhältnissen zu kommen, indem man den Träger ganz oder teilweise unterdrückt. Außerdem reicht es im Prinzip, nur das obere oder nur das untere Seitenband zu übertragen, da $S(f) = S^*(-f)$ (Einseitenband–Modulation). Bei allen diesen Varianten erhöht sich jedoch der Aufwand auf der Empfängerseite.

Mittelwellensender des Rundfunks nutzen die Zweiseitenbandmodulation ohne Trägerunterdrückung. Die Einseitenbandmodulation wird hingegen in der analogen Fernsprechtechnik genutzt, um viele Gespräche gleichzeitig über einen Kanal zu übertragen.

Um den Multiplexvorteil nutzen zu können, muss bei dem Empfänger des Signales eine Frequenzselektion erfolgen. Diese geschieht im einfachsten Fall mit einem Schwingkreis. Durch Kopplung mehrerer Schwingkreise kann man Filterfunktionen erzielen, die steiler abfallende Flanken besitzen und gleichzeitig in der Umgebung der Trägerfrequenz eine geringe Frequenzabhängigkeit besitzen (geringe Verfälschung des Signales). Es ist allerdings schwierig, alle gekoppelten Schwingkreise gleichförmig abzustimmen, um zu anderen Trägerfrequenzen zu gelangen.

Aus diesem Grunde arbeiten moderne Rundfunkempfänger nach dem *Überlagerungsprinzip*, sie sind *Heterodynempfänger*. Das bedeutet, dass in dem Empfänger ein lokaler Oszillator enthalten ist, dessen Frequenz so eingestellt wird, dass die Differenz aus den Frequenzen des zu empfangenden Senders und des lokalen Oszillators einen festen Wert, die *Zwischenfrequenz* besitzt. Das (verstärkte und evtl. vorselektierte) Antennensignal wird in einem nichtlinearen Bauelement mit dem Ausgang des lokalen Oszillators "gemischt", so dass eine Frequenzumsetzung auf die Zwischenfrequenz stattfindet. Für diese *feste* Frequenz kann man dann aufwendige Filter realisieren.
Gleichzeitig tritt dabei der auch sonst häufig genutzte sogenannte *Heterodynvorteil* auf. Dieser besteht darin, dass durch Mischung (d. h. Multiplikation) eines schwachen mit einem sehr starken ein starkes Signal entstehen kann.

Selbstverständlich kann die Amplitudenmodulation nicht nur auf sinusförmige Träger angewandt werden, sondern man kann z. B. auch einen Pulszug amplitudenmodulieren ("PAM"). Andere amplitudenmodulierte Pulszüge können dann in den zeitlichen Lücken übertragen werden.

5.1.2 Winkelmodulationsverfahren

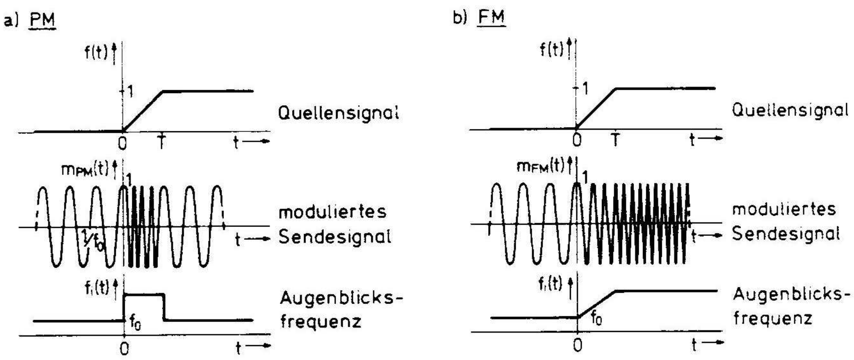

Abbildung 4: Beispiel zu a) Phasen- und b) Frequenzmodulation

Wenn das Signal $s(t)$ übertragen werden soll, so kann man dies auch in der Form

$$m(t) = \cos[\psi(s(t))] = \cos[\psi(t)]$$

tun. Speziell ist bei der sogenannten *Phasenmodulation*

$$\psi_{PM}(t) = 2\pi[f_0 t + k \cdot s(t)].$$

Dabei ist f_0 die Trägerfrequenz und k eine beliebige reelle Konstante (Abb. 4). Die *Augenblicks*- oder *Momentanfrequenz* ist in diesem Fall

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{dt}\psi(t) = f_0 + k \cdot \frac{ds(t)}{dt}.$$

Im Fall der *Frequenzmodulation* ist[30]

$$\psi_{FM}(t) = 2\pi \cdot \left(f_0 t + k \cdot \int\limits_{-\infty}^{t} s(\tau) d\tau \right).$$

[30]Bei der Definition des Integrals kann es zu Konvergenzproblemen kommen.

In diesem Fall ist die Momentanfrequenz

$$f_i(t) = f_0 + k \cdot s(t).$$

Bei der Demodulation wird in einem *ersten Schritt* das Modulationssignal $m(t)$ differenziert. Dabei ergibt sich

$$m_D(t) = \frac{d}{dt} m(t) = -\frac{d\psi(t)}{dt} \cdot \sin[\psi(t)].$$

Im Fall der Frequenzmodulation ist also

$$m_D(t) = -(f_0 + k \cdot s(t)) \cdot \sin[\psi(t)].$$

Es hat sich also ein hochfrequentes Signal $\sin[\psi(t)]$ ergeben, dessen *Amplitude* moduliert ist. Der Unterschied von $m_D(t)$ gegenüber einem amplitudenmodulierten Träger besteht lediglich darin, dass $\sin[\psi(t)]$ nicht gleichmäßig mit der Frequenz f_0 sondern mit einer variablen Momentanfrequenz oszilliert. Dies hat aber — sofern $\mid k \cdot s(t) \mid \ll f_0$ — keinerlei Auswirkungen, wenn man in einem *zweiten Schritt* $m_D(t)$ genau wie bei der Demodulation eines amplitudenmodulierten Trägers auf einen Gleichrichter gibt, dem ein Tiefpass

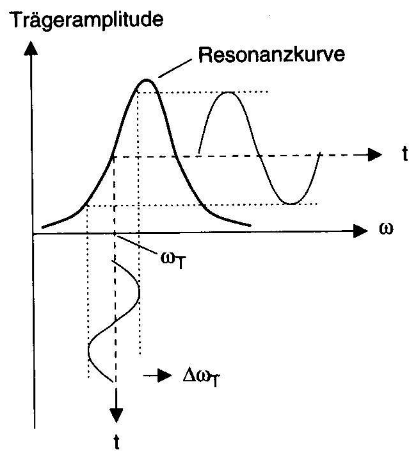

Abbildung 5: Einfacher FM–Demodulator

nachgeschaltet ist. Zur Differenzierung kann man ein beliebiges System benutzen, das eine hinreichend große annähernd lineare Dispersion besitzt:

$$\frac{dH(f)}{df} \sim \text{const.}$$

Dies kann z. B. eine einfache Induktivität sein oder noch besser ein Schwingkreis, dessen Resonanzkurve bei f_0 einen Wendepunkt besitzt (vgl. Abb. 5).

Die Winkelmodulation ist ein extrem nichtlinearer Vorgang. Deshalb kann die Modulation mit einem beliebigen Signal nicht durch Superposition von sinusförmigen Modulationen beschrieben werden. Dennoch ist es instruktiv, die Frequenzmodulation für den Fall

$$s(t) = a \cdot \cos(2\pi \cdot f_1 t)$$

zu diskutieren. In diesem Fall ist

$$\psi_{FM} = 2\pi \left(f_0 t + k \cdot a \cdot \int_{-\infty}^{t} \cos(2\pi \cdot f_1 \cdot \tau) d\tau \right).$$

Für die FM–Modulation ist es ausreichend, als untere Grenze des Integrales einen beliebigen in der Vergangenheit liegenden Zeitpunkt zu wählen. Bei zweckmäßiger Wahl ergibt sich

$$\psi_{FM} = 2\pi f_0 t + \frac{k \cdot a}{f_1} \cdot \sin(2\pi f_1 t).$$

Die Größe

$$\mu = \frac{ka}{f_1}$$

wird als *Modulationsindex* bezeichnet. Offensichtlich variiert die Momentanfrequenz

$$f_{iFM} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\psi}{dt} = f_0 + \mu \cdot f_1 \cos(2\pi f_1 t)$$

kontinuierlich zwischen $f_0 - \mu f_1$ und $f_0 + \mu f_1$. Erstaunlicherweise ist das zugehörige Spek-

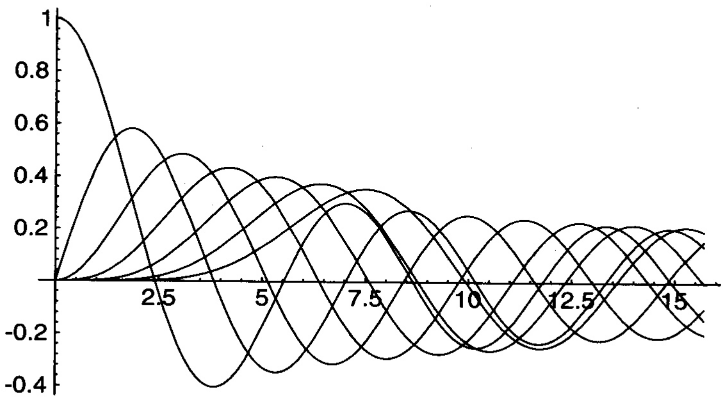

Abbildung 6: Besselfunktionen

trum dennoch diskret. Dies kann für kleine $|\mu|$ leicht gezeigt werden: zunächst einmal ist

$$m(t) = \cos[2\pi f_0 t + \mu \sin(2\pi f_1 t)] = \cos(2\pi f_0 t) \cdot \cos[\mu \sin(2\pi f_1 t)] - \sin(2\pi f_0 t) \cdot \sin[\mu \sin(2\pi f_1 t)]$$

Unter Benutzung von $\cos\varepsilon \approx 1$ und $\sin\varepsilon \approx \varepsilon$ (für kleine ε) ergibt sich

$$\begin{aligned} m(t) &\approx \cos(2\pi f_0 t) - \frac{\mu}{2} \cdot \sin(2\pi f_1 t) \cdot \sin(2\pi f_0 t) \\ &= \cos(2\pi f_0 t) - \frac{\mu}{2} \{\cos[2\pi(f_0 - f_1)t] - \cos[2\pi(f_0 + f_1)t]\} \end{aligned}$$

Es treten also neben der Trägerfrequenz f_0 ein diskretes unteres und ein diskretes oberes Seitenband bei den Frequenzen $f_0 - f_1$ und $f_0 + f_1$ auf. Dabei ist ein charakteristischer Unterschied zur Amplitudenmodulation, dass diese beiden Spektralkomponenten entgegengesetztes Vorzeichen besitzen.Für größere $\mid \mu \mid$ benutzt man die Reihenentwicklung

$$\cos(\alpha + x \cdot \sin\beta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(x)\cos(\alpha + n\beta);$$

dabei sind die $J_n(x)$ *Besselfunktionen* der Ordnung n (Abb. 6). Damit wird

$$m(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\mu) \cdot \cos[2\pi(f_0 + nf_1)t]$$

und das zugehörige Spektrum (Abb. 7)

$$M(f) = \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(x\mu) \cdot [\delta(f - f_0 - nf_1) + \delta(f + f_0 + nf_1)].$$

Es treten also unendlich viele untere und obere Seitenbänder auf. Die bekannte Symmetrie

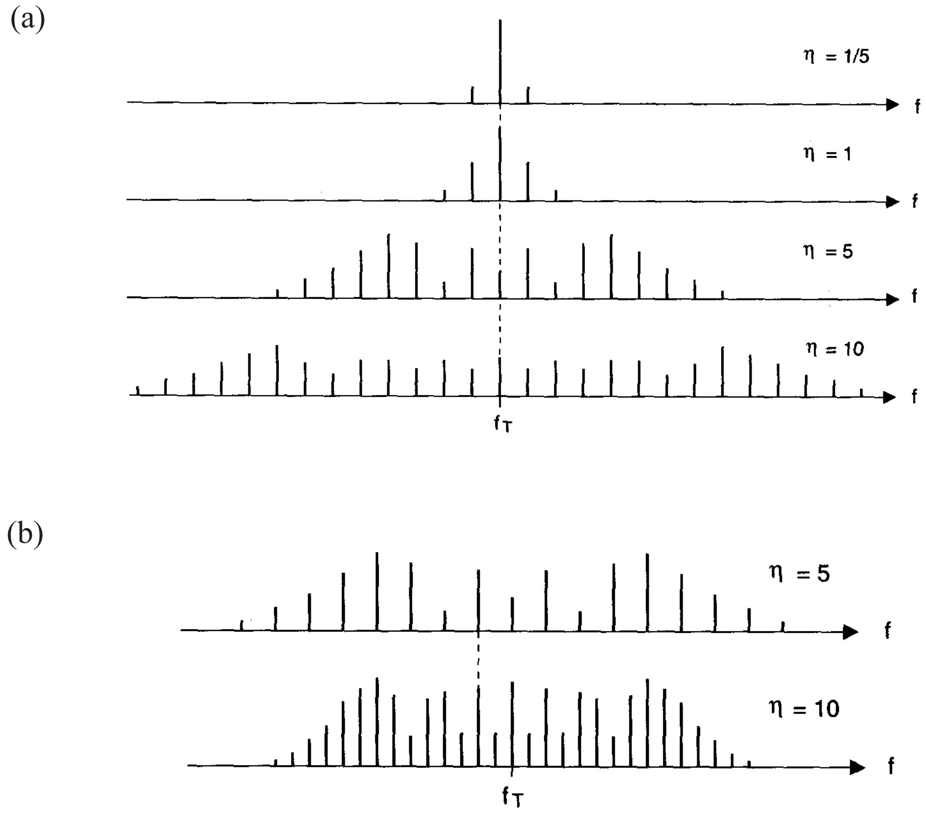

Abbildung 7: (a) Betrag von FM–Spektren mit konstanter Modulationsfrequenz und wachsender Modulationsamplitude (b) Betrag von FM–Spektren mit konstanter Modulationsamplitude und fallender Modulationsfrequenz. (In (a) und (b) sind nur die positiven Frequenzen berücksichtigt.)

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$$

führt zu dem oben für die ersten Seitenbänder bereits genannten Vorzeichenwechsel.

Aus der formalen Beschreibung folgt, dass der Bandbreitenbedarf bei der FM erheblich größer ist als bei der AM. Dies wird aber mehr als wettgemacht durch eine erheblich gesteigerte Unempfindlichkeit gegen Störeinflüsse auf den Übertragungskanal.

Neben der besseren Qualität ist ein weiterer Vorteil der FM die konstante Amplitude. Die Sender können deshalb immer mit optimalem Wirkungsgrad betrieben werden.

5.1.3 Digitale Modulationsverfahren

Nach Kapitel 3 verliert man bei einem bandbreitenbegrenzten Signal mit der Grenzfrequnz f_g keinerlei Information, wenn man das Signal durch seine Abtastwerte ersetzt, vorausgesetzt die Abtastrate ist größer als $2f_g$. Die Abtastpulse können im Prinzip beliebig kurz sein; sie müssen aber noch ausreichend Energie enthalten und ihre Spektralbreite darf nicht größer sein als die Bandbreite des Übertragungskanals.[31] Wenn die minimal zulässige Pulslänge klein ist gegen den Pulsabstand, so könnte man in der Lücke weitere abgetastete Signale übertragen: ein *Zeitmultiplex*verfahren wird möglich. Es erfordert eine gute Synchronisation zwischen Sender und Empfänger. Es ist naheliegend, nicht das abgetastete Signal zu übertragen (bei dem die Information in der Höhe der Pulse steckt; Puls–Amplituden–Modulation [PAM]), sondern die Abtastwerte auch noch zu digitalisieren. Es wird dann der zugehörige "Code" im Zeitmultiplexverfahren übertragen (Puls–Code–Modulation, PCM). Je nach Anforderung an die Sicherheit der Übertragung kann man einen fehlererkennenden oder sogar einen fehlerkorrigierenden Code verwenden. Als Ergebnis der Codierung liegen gewöhnlich alle Stellen (alle Bit) gleichzeitig ("parallel") vor. Im Übertragungskanal werden sie jedoch nacheinander ("seriell") übertragen. Es muss also eine *Parallel–Serien–Wandlung* durchgeführt werden. Auf der Empfängerseite ist entsprechend gewöhnlich eine Serien–Parallel–Wandlung notwendig.

Bei Telefongesprächen begnügt man sich mit der Erfassung der Frequenzanteile bis 4 kHz und tastet mit 8 kHz ab. Die Digitalisierung wird mit 8 bit Auflösung durchgeführt. Daher müssen pro Signalquelle 64 kbit/s übertragen werden. Es ist ein *Duplexbetrieb* vorgesehen, d. h. es wird gleichzeitig bon A nach B und von B nach A übertragen.

Das Telefonnetz ist in Hierarchiestufen aufgebaut. Jeweils 30 Basiskanäle mit 64 kbit/s werden durch einen Multiplexer auf die *primäre* Hierarchiestufe gegeben (zwei Steuerkanäle kommen hinzu, deshalb ist die Datenrate 2048 Mbit/s); vier primäre Kanäle werden zu einem sekundären, vier sekundäre zu einem tertiären und vier tertiäre zu einem quantären Kanal mit 139,264 Mbit/s zusammengefasst, das entspricht 1920 Basiskanälen und zusätzlichen Steuerkanälen.

PCM bietet eine vorzügliche Störsicherheit. Zusätzlich zu den eigentlichen Signalen können Zusatzinformationen übertragen werden. Durch die Dispersion des Übertragungskanals leidet die Qualität der Pulse, doch können sie leicht regeneriert werden. Ein besonderer Vorteil der PCM ist, dass keinerlei Anforderungen an die Linearität des Übertragungssystems gestellt werden.

---

[31] Wenn das Frequenzband des Übertragungskanals nicht die Frequenz Null enthält, so muss man eine pulsförmige Amplitudenmodulation eines hoch- oder höchstfrequenten Trägers einführen. Dies ist die übliche Übertragungsform in Glasfasern. Hier liegt die "Trägerfrequenz" bei etwa 10^{15} hz.

5.1.4 Code–Multiplex–Verfahren

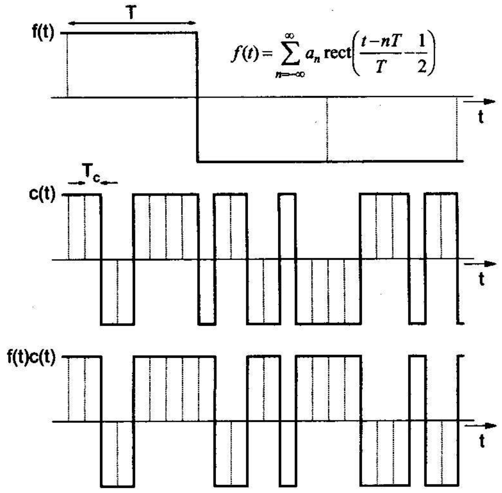

Abbildung 8: Nutzsignal $f(t)$, Codefolge $c(t)$ sowie moduliertes Signal bei DS–CDMA

Beim Frequenz–Multiplexen sind die einzelnen Signale im Frequenzbereich eng lokalisiert, beim Zeitmultiplexen in der Zeit. Bei Systemen wie dem Mobilfunk kann es günstiger sein, mit Signalen zu arbeiten, die in der Frequenz und der Zeit delokalisiert sind. Um einzelne Signale zu unterscheiden, müssen sie mit einem Code versehen sein (Code Division Multiple Access). Es werden dabei bipolare Signale und ein bipolarer Erkennungs–Code benutzt (vgl. Abb. 8). Übertragen wird das Produkt aus dem Signal und dem Code. Multipliziert der Empfänger mit dem Code, so erhält er das Signal. Im Prinzip wird die Kreuzkorrelation zwischen codiertem Signal und Empfängercode gebildet. CDMA wird bei UMTS benutzt.