UNIVERSITÄT REGENSBURG

Fakultät für Physik

Anleitung zum Anfängerpraktikum A1

3 - Schwingungen und Wellen

5. überarbeitete Auflage 2022

Dr. Stephan Giglberger

Prof. Dr. Jascha Repp

Version 26. Februar 2022

Inhaltsverzeichnis

Schwingungen und Wellen

1 Einleitung

Schwingungen und Wellen spielen in der Physik eine sehr bedeutende Rolle, die auch in der modernen Physik allgegenwärtig ist.

Abbildung 1: Surfer auf einer stehenden Wasserwelle am Münchner Eisbach JR: haben wir die Rechte an diesem Foto?

1.1 Lernziele

Neben den allgemeinen Lernzielen des A1 Praktikums, nämlich der Auswertung von Daten, dem Umgang mit Messunsicherheiten und dem Praktikumsprotokoll, stehen in diesem Versuch auch folgende physikalischen Inhalte auf dem Plan.

- anschauliche Verständnis der Begriffe Frequenz, Amplitude und insbesondere der Phase
- konstruktive und destruktive Interferenz
- fortlaufende und stehende Wellen
- Resonanzverhalten in Abhängigkeit der Frequenz

- Resonanzkurve, Güte eines schwingungsfähigen Systems
- höhere Harmonische

1.2 Vorkenntnisse

Vorlesungsinhalte zu

- Differentialgleichungen
- harmonischer Oszillator
- gekoppelte Oszillatoren
- Schwingungen und Wellen
- Interferenz

2 Grundlagen

Die Grundlagen sollten aus der Vorlesung bekannt sein, hier wird das Wichtigste in Bezug auf den Versuch wiederholt.

2.1 Wellengleichung

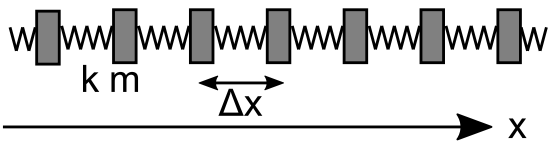
Ein klassischer harmonischer Oszillator ist geprägt durch seiner zur Auslenkung $A(t)$ proportionale rücktreibende Kraft, die mit dem zweiten Newtonschen Gesetz zur Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}A(t) = -\omega^2 A(t).$$

führt. Dämpfung wurde hier vernachlässigt. Die Lösung dieser Differentialgleichung ist eine **Schwingung**

$$A(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

Werden viele gleichartige Oszillatoren aneinander gekoppelt, so bildet sich in diesem System von Oszillatoren eine korrelierte Bewegung aus — eine Welle. Die Wellengleichung kann als Kontinuumslimes eines solchen Systems gekoppelter Oszillatoren hergeleitet werden. Wir betrachten dazu durch Federn gekoppelte Massen.



Die Auslenkung eine Masse gegenüber seiner Ruhelage am Ort x betrage A und sei eine Funktion von Ort x und Zeit t. Die Streckung einer Feder mit der Federkonstante k, die die Orte x und $x+\Delta x$ verbindet, beträgt daher $A(x+\Delta x,t)-A(x,t)$. Eine Masse am Ort x wird durch die zwei benachbarten Federn beschleunigt:

$$ma = m\frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial t^2} = -k\left[(A(x+\Delta x,t)-A(x,t)) - (A(x,t)-A(x-\Delta x,t))\right] \tag{1}$$

Im Limes kleinster Δx können wir schreiben

$$A(x+\Delta x,t)-A(x,t) = \frac{\partial A(x+\Delta x/2,t)}{\partial x}\Delta x$$

und

$$(A(x+\Delta x,t)-A(x,t)) - (A(x,t)-A(x-\Delta x,t)) = \frac{\partial A(x+\Delta x/2,t)}{\partial x} - \frac{\partial A(x-\Delta x/2,t)}{\partial x})\Delta x \tag{2}$$

$$= \frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial x^2}(\Delta x)^2 \tag{3}$$

Einsetzen in Gl. 1 ergibt

$$\frac{m}{\Delta x}\frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial t^2} = -k\Delta x\frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial x^2}.$$

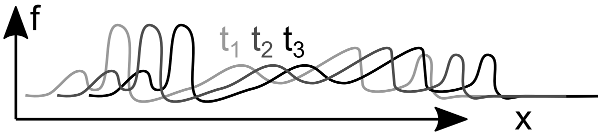
Für eine kontinuierliche Welle in einem homogenen Material ist die obige Vorstellung einer Kette aus durch Federn gekoppelter Massen lediglich eine Diskretisierung zum Zweck der Anschauung und Herleitung. In einem homogenen Material in dem sich die Welle ausbreiten kann, wie zum Beispiel eine Saite, ist die Masse homogen verteilt und man spricht von der **Massenbelegung** μ, was der Masse pro Länge $\frac{m}{\Delta x}$ entspricht. Analog hat man es nicht mit einzelnen Federn zu tun und die **Steifigkeit** S tritt an Stelle von $k\Delta x$. Sie errechnet sich als das Produkt von Elastizität E und Querschnitt A des Materials. Wir erhalten damit die Differentialgleichung

$$\mu\frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial t^2} = -S\frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial x^2}$$

beziehungsweise

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial x^2}$$

mit $v=\sqrt{S/\mu}$. Dies ist die Wellengleichung mit der **Ausbreitungsgeschwindigkeit** v. Eine mögliche Lösung für $A(x,t)$ ist die (nahezu) beliebige Funktion $f(x-vt)$, wie man durch Einsetzen in die Wellengleichung und Ableiten unter Beachtung der Kettenregel leicht überprüfen kann. Auch $A(x,t)=g(x+vt)$ löst die Wellengleichung. $f(x-vt)$ ist eine Funktion mit nur einem Argument. Für $t=0$ wird sie einfach $f(x)$ und mit fortschreitender Zeit wird das Argement zu kleiner Werten verschoben. Für einen Graphen $A(x,t) = f(x - vt)$ wird f starr nach rechts verschoben.



$f(x - vt)$ repräsentiert daher eine nach rechts laufende Welle beliebiger Form, $g(x + vt)$ entsprechend eine nach links laufende Welle. Da beide Funktionen die Wellengleichung lösen, tun dies auch beliebige Linearkombinationen derselben. Dies ist die Basis des **Superpositionsprinzips** für Wellen. Die Voraussetzung dafür ist die Linearität der Wellengleichung.

In der Herleitung oben wurde nicht festgelegt, ob $A(x,t)$ eine Auslenkung in Ausbreitungsrichtung x oder senkrecht dazu darstellen soll, so dass die Wellengleichung sowohl für **Longitudinalwellen** (Auslenkung in Ausbreitungsrichtung) als auch für **Transversalwellen** (Auslenkung in senkrecht zur Ausbreitungsrichtung) gilt. Natürlich kann sich die Steifigkeit für beide Fälle unterscheiden.

2.2 Harmonische Wellen

Während wir gesehen haben, dass auch beliebig geformte Wellen die Wellengleichung lösen, betrachtet man häufig harmonische Wellen - so auch in diesem Versuch. Dies ist nicht zuletzt auch deshalb sinnvoll, da in realen Systemen die Ausbreitungsgeschwindigkeit von der Frequenz ν bzw. der Wellenlänge λ abhängt. Bei harmonischen Wellen gibt es nur eine feste Frequenz und eine feste Wellenlänge und die oben betrachteten Funktionen $f(x - vt)$ und $g(x + vt)$ sind sinusförmig.

$$f(x - vt) = f_0 \sin(kx - \omega t + \varphi) \quad \text{und} \quad g(x + vt) = g_0 \sin(kx + \omega t + \varphi'),$$

wobei für die **Wellenzahl** k gilt $k = 2\pi/\lambda$. Zudem muss für die Kreisfrequenz $\omega = vk$ gelten, was

$$v = \lambda \cdot f \tag{4}$$

entspricht. Hier ist λ die **Wellenlänge** und f die **Frequenz** der Welle.

In mehreren Dimensionen wird aus der Wellenzahl ein Wellenvektor $\vec{k}$. Als **Wellenfront** bezeichnet man Linien oder Flächen gleicher Phase.

2.3 Reflexion von Wellen und Randbedingungen

Wird ein Seil oder eine Saite an einem Ende periodisch auf und ab bewegt, läuft eine Welle mit der Geschwindigkeit v das Seil entlang. Am anderen Ende des Seils wird diese Welle im Allgemeinen reflektiert. Die Seilbewegung muss daher durch die Summe (Superposition) einer nach rechts und

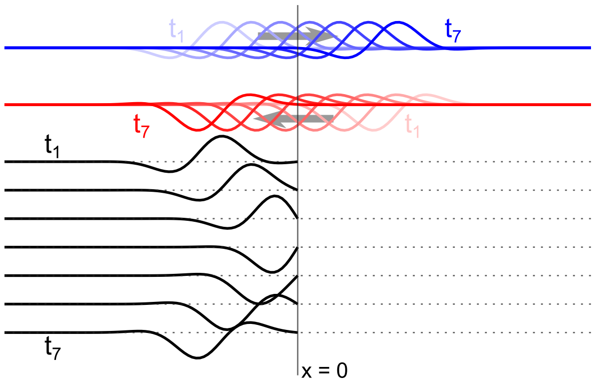


Abbildung 2: Reflexion an einem fixierten Seilende. Die blaue Kurvenschar zeigt den nach rechts laufenden Wellenzug $f(x-vt)$ und die rote den nach links laufenden $g(x-vt)$. Die resultierende Superposition ist zu unterschiedlichen Zeiten versetzt in schwarz gezeigt. Die vertikale Linie markiert das Seilende und damit den Reflexionspunkt, an dem das Seil fixiert ist.

einer nach links laufenden Welle beschrieben werden.

$$A(x,t) = f(x-vt) + g(x+vt) \tag{5}$$

Hierbei kann man zwei klare Fälle unterscheiden:

Reflexion am festen Ende

Ist das Seil am Ende fixiert, so kann es sich nicht bewegen. Das fixierte Ende legen wir in den Koordinatenursprung $x = 0$ und wir fordern, dass dort die Amplitudenfunktion stets Null sein muss: $A(x = 0,t) = 0$. Dies nennt man Randbedingung. Dies ist erfüllt, wenn $g(vt) = -f(-vt)$ ist. Die Welle wird also mit umgekehrter Amplitude zurückgeworfen bzw. reflektiert. Für eine harmonische Welle entspricht dies einem Phasensprung von π bzw. 180° zwischen einlaufender und reflektierter Welle am Ort der Reflexion. Dies ist in Abbildung 2 visualisiert.

Reflexion am losen Ende

Ist das andere Ende des Seils lose, z.B. lediglich durch einen Ring in Schwingungsrichtung fixiert, wird die Welle ebenfalls reflektiert, jedoch mit einer anderen Randbedingung. Durch das lose Ende kann am Seilende keine Kraft übertragen werden. Dies bewirkt eine andere Randbedingung, die erfordert, dass $g(vt) = f(-vt)$ ist. Die Welle wird mit gleicher Amplitude bzw. ohne Phasensprung zurückgeworfen bzw. reflektiert. Dies ist in Abbildung 3 gezeigt.

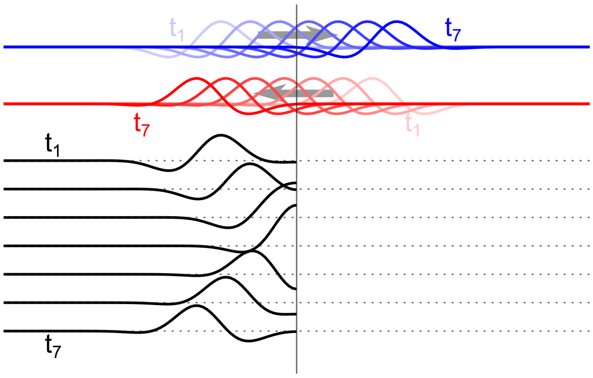


Abbildung 3: Reflexion an einem losen Seilende. Die blaue Kurvenschar zeigt den nach rechts laufenden Wellenzug $f(x-vt)$ und die rote den nach links laufenden $g(x-vt)$. Die resultierende Superposition ist zu unterschiedlichen Zeiten versetzt in schwarz gezeigt.

weitere Randbedingungen

Allgemein kann man unterschiedliche Randbedingungen jenseits der oben genannten Spezialfälle realisieren. In unserem Experiment sind die Randbedingungen nahe an einem der beiden Spezialfällen, aber Sie können stellenweise Abweichungen davon beobachten.

2.4 Stehende Wellen

Hat man es mit kontinuierlichen harmonischen Wellen zu tun, die reflektiert werden, so kommt es zu stehenden Wellen. Dies ist einfach zu sehen, wenn wir für die einlaufende Welle $f(x-vt) = f_0 \cos(kx-\omega t)$ einsetzen. Damit ergibt sich für die bei $x=0$ reflektierte Welle $g(x-vt) = f_0 \cos(kx+\omega t + phi)$ mit dem Phasensprung phi. Für den Spezialfall $phi = 0$ (offenes Ende) ergibt deren Superposition die Welle

$$A(x,t) = f(x-vt) + g(x-vt) = f_0\left(\cos(kx-\omega t) + \cos(kx+\omega)\right) \quad (6)$$

$$= 2 f_0\left(\cos(kx)\cdot\cos(\omega t)\right) \quad (7)$$

Dies ist ein Produkt aus einer Oszillation im Ort x mit einer Oszillation in der Zeit. An den festen Orten, wo der Faktor $\cos(kx)$ Nullstellen besitzt, ist die Amplitude der Welle Null, unabhängig vom Zeitpunkt. Man sieht daran, dass sich diese Welle damit nicht mehr in x bewegt, sondern steht, wie in in Abbildung 4 zu sehen. Bei der Überlagerung der einlaufenden und reflektierten Welle entstehen also feste Ortspunkte, die ständig in Ruhe sind, sogenannte **Schwingungsknoten**. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Schwingungsknoten beträgt die Hälfte der Wellenlänge und zwischen je zwei Schwingungsknoten entstehen **Schwingungsbäuche**, die mit maximaler Amplitude schwingen. In dem hier gewählten Beispiel sind die Schwingungsbäuche am Reflexionspunkt bei $x = 0$ sowie

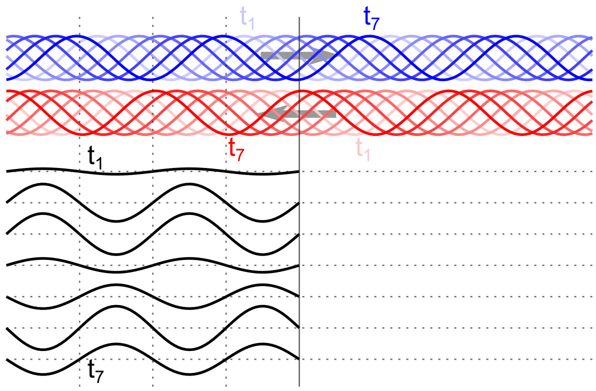


Abbildung 4: Die Reflexion einer harmonischen Welle resultiert in eine stehende Welle. Die blaue Kurvenschar zeigt den nach rechts laufenden Wellenzug $f(x-vt)$ und die rote den nach links laufenden $g(x-vt)$. Die resultierende Superposition ist zu unterschiedlichen Zeiten versetzt in schwarz gezeigt. Sie ist eine stehende Welle. Die vertikalen gepunkteten Linien markieren die Knotenpunkte der stehenden Welle.

in Abständen von ganzzahligen Vielfachen von $\lambda/2$ vor dem Reflexionspunkt. Findet die Reflexion stattdessen an einem fixierten Seilende statt, entsteht ebenfalls eine stehende Welle, nur dass an diesem Ende ein Schwingungsknoten entsteht sowie in Abständen von ganzzahligen Vielfachen von $\lambda/2$ vor dem Reflexionspunkt.

2.5 Stehende Seilwellen

Ist ein Seil an beiden Enden fest fixiert (so wie z.B. eine Gitarrensaite), so treten an beiden Enden Reflexionen auf. An beiden Enden befinden sich dann Schwingungsknoten, dazwischen bilden sich stehende Wellen aus (siehe Abb. 5). Wegen dieser Randbedingungen muss gelten, dass

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad n \in \mathbb{N}. \tag{8}$$

Das heißt, es können sich nur stehende Wellen bilden, so dass ein ganzzahliges Vielfaches n der halben Wellenlänge $\lambda/2$ der Seillänge L entspricht. Die Frequenzen der Wellen, bei der die obige Bedingung 8 erfüllen ist, heißen **Resonanzfrequenzen**. Die niedrigste Frequenz, die für den Fall $n = 1$ auftritt, ist die **Grundfrequenz**. Für $n = 2, 3, \ldots$ nennt man diese Frequenzen n-te **Harmonische** oder $(n-1)$-te Oberschwingung.

Mit Gl. 4 folgt für die Beschreibung der Frequenz f_n der n-ten Eigenschwingung

$$f_n = \frac{v}{\lambda} = n \cdot \frac{v}{2L}. \tag{9}$$

Diese Beschreibung kann durch Benutzung der Schreibweise $f_1 = v/(2L)$ für die Grundschwingung

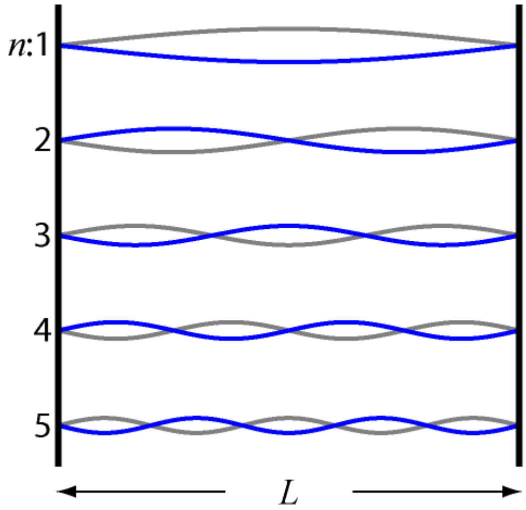


Abbildung 5: Stehende Wellen mit n Eigenschwingungen

($n = 1$) vereinfacht werden zu

$$f_n = n \cdot f_1 \tag{10}$$

Die oben angestellten Überlegungen gelten jedoch nur für den Sonderfall, dass die Randbedingung der perfekten Fixierung der Enden entsprechen. In realen Systemen ist dies im Allgemeinen nicht erfüllt, so dass die höheren Harmonischen nicht ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz haben, was zu Verwirrung führen kann.

Eine Verdopplung der Frequenz entspricht in der Musik einer Oktave. Der Begriff der **Oktave** wird manchmal auch in technischen Zusammenhängen verwendet, um zum Beispiel das Verhalten eines Filters zu charakterisieren, und bedeutet dort ebenfalls eine Frequenzverdopplung.

2.6 Eigenschaften von Seilwellen

In Abschnitt 2.1 haben wir gesehen, wie die Ausbreitungsgeschwindigkeit $v = \sqrt{S/\mu}$ von Massenbelegung μ und Steifigkeit S abhängt. Ein (ideales) Seil hat im vollkommen entspannten Zustand keine rückstellende Wirkung gegenüber einer transversalen Auslenkung. Diese rückstellende Wirkung ergibt sich erst durch Spannen des Seiles mit einer längs des Seils wirkenden Kraft F. Diese Kraft tritt bei einer Transversalwelle eines Seils auch quantitativ an die Stelle der Steifigkeit S . Die Differentialgleichung einer transversalen Seilwelle wird daher

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \tag{11}$$

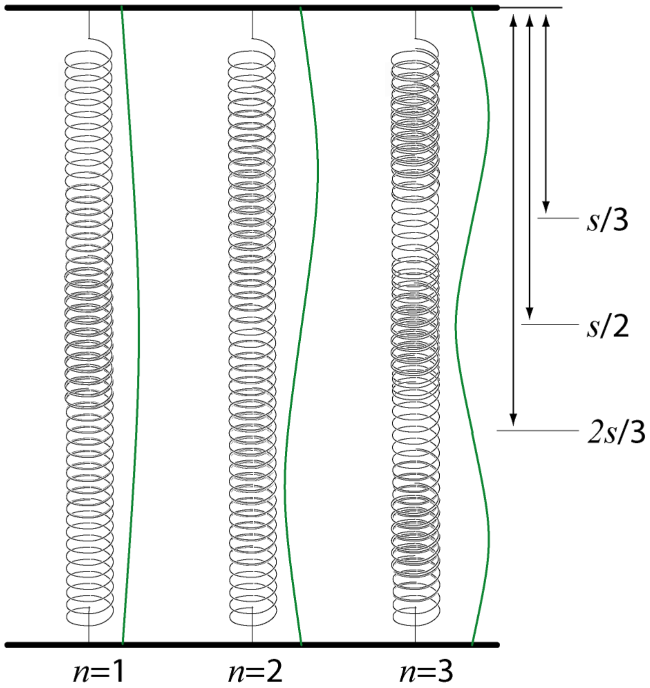


Abbildung 6: Federwelle in Grundschwingung ($n = 1$), erster ($n = 2$) und zweiter ($n = 3$) Oberschwingung

wobei ξ die transversale Auslenkung des Seils ist.Die **Ausbreitungsgeschwindigkeit** v der Welle ist dann

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \tag{12}$$

2.7 Stehende Federwellen

Neben Transversalwellen in einem Seil werden auch Longitudinalwellen in einer Spiralfeder in diesem Versuch angeregt. Die Steifigkeit S der Feder ergibt sich aus seiner Federkonstante k und seiner Länge s als $S = ks$. Die Überlegungen zur Ausbreitungsgeschwindigkeit zu Reflexionen durch Randbedingungen und zu stehenden Wellen gelten hier genauso. Wie in Abschnitt 2.1 hergeleitet ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit hier $v = \sqrt{S/\mu}$. Wenn man in dieser Gleichung $S = Ds$ und $\mu = m/s$ ersetzt, erhält man $v = s\sqrt{k/m}$, wobei m die Masse der Feder ist. Für fixierte Federenden ergibt sich für die stehenden Wellen die Bedingung 8, wobei hier die Länge des Resonators gleich der Federlänge s ist. Unter Verwendung von $f = v/\lambda$ sowie $v = s\sqrt{k/m}$ erhält man daraus für die Frequenz der n-te Harmonischen

$$f_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \frac{n}{2}. \tag{13}$$

Die ersten drei Harmonischen der stehenden Wellen sind in Abbildung 6 dargestellt.

3 Fragen zum Versuch

1. Geben Sie die Lösung für die Amplitudenfunktion (nach Gl. 5) für den Fall harmonischer stehender Wellen explizit an.

2. Betrachten Sie harmonische stehende Wellen für den Fall, dass das Seil an einem Ende fest und am anderen Ende lose ist. Geben Sie dafür analog zu Gleichung 8 die Relation zwischen Seillänge L und Wellenlänge λ an.

3. Zeigen Sie, dass für die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Seilwellen der Zusammenhang

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \tag{14}$$

gilt.

4. Zeigen Sie, dass für stehende Seilwellen gilt, dass die Wellenlänge für feste Frquenz proportional zu $\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ist.

5. Welchen Einfluss hat die Änderung der Federlänge s auf die zur Anregung von n Schwingungsbäuchen notwendigen Frequenzen f_n?

4 Hinweise zum Versuchsaufbau

In diesem Versuch sollen Eigenschwingungen verschiedener schwingungsfähiger Körper (Gummiseil, Feder, Drahtring, Chladnische Körper) beobachtet und deren Abhängigkeit von ihren physikalischen Eigenschaften untersucht werden.

4.1 Transversale Seilschwingungen am Gummiband

Zur Untersuchung von transversalen Seilschwingungen steht eine Versuchsapparatur zur Verfügung, die im Folgenden beschrieben wird. Über einen Sinusgenerator wird ein Vibrationsgenerator angesteuert, der ein Seil zum Schwingen anregt (siehe Abb. 7). Das andere Ende des Seils läuft über eine Umlenkrolle zu einem Kraftmesser, über dessen Position die Seilkraft F eingestellt werden kann. Da die Umlenkrolle keine Transversalbewegung des Seils zulässt, entspricht sie einem fixierten Ende des Seils. Zwischen elektronischem Sinusgenerator und dem elektromechanischen Vibrationsgenerator ist ein Audioverstärker geschaltet. Wenn Sie das Ausgangssignal am Sinusgenerator zu groß wählen wird der Audioverstärker übersteuert und am Vibrationsgenerator liegt dann kein Sinus mehr an, was die Versuchsdurchführung schwieriger macht.

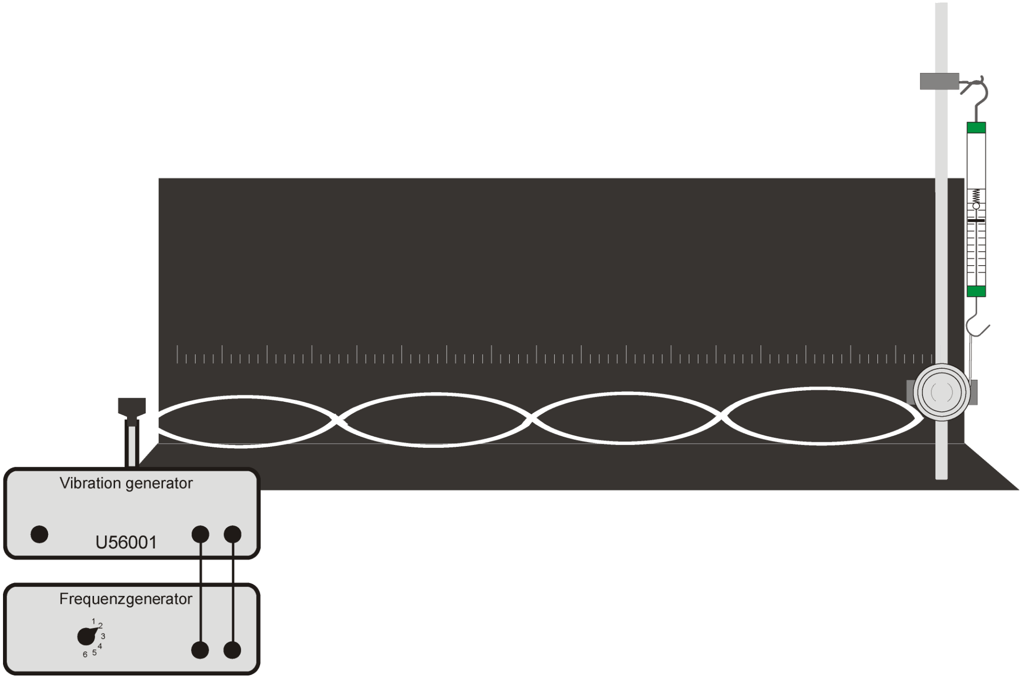


Abbildung 7: Versuchsaufbau zur Aufgabe 4.1

Gemäß den Überlegungen in Abschnitt 2 wird das System nur bei bestimmten Frequenzen resonant zum Schwingen angeregt. Widerstehen Sie daher der Versuchung, die Amplitude zu vergrößern, wenn sie nicht gleich eine Schwingung des Systems ausmachen könne. Variieren Sie lieber systematisch und langsam die Frequenz bei kleiner Amplitude, um Resonanzen zu identifizieren. Eine Amplitude von10 mV am Ausgang des Sinusgenerators sollte in der Regel ausreichend sein.

JR: Hier sollten eventuell weitere technische Details zum Versuch rein. Dies bietet auch die Möglichkeiten, die Details nicht immer nur per Mundpropaganda weiter zu geben, sondern ein Mal richtig festzuschreiben.

4.2 Longitudinalschwingungen in einer Spiralfeder

Stehende Wellen können auch als longitudinale Wellen in einer Spiralfeder beobachtet werden. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 8 gezeigt. Der obere Aufhängepunkt ist fixiert, so dass sich dort ein Knoten ausbildet. Am unteren Ende wird die Schwingung angeregt, so dass sich dieser Punkt nicht in Ruhe befindet und damit keinen Knoten darstellt. Die Randbedingung am unteren Ende entspricht daher nicht einem der einfachen Fälle. Die Anregung wird auf gleiche Weise erzeugt wie beim oben beschriebenen Versuchsaufbau.

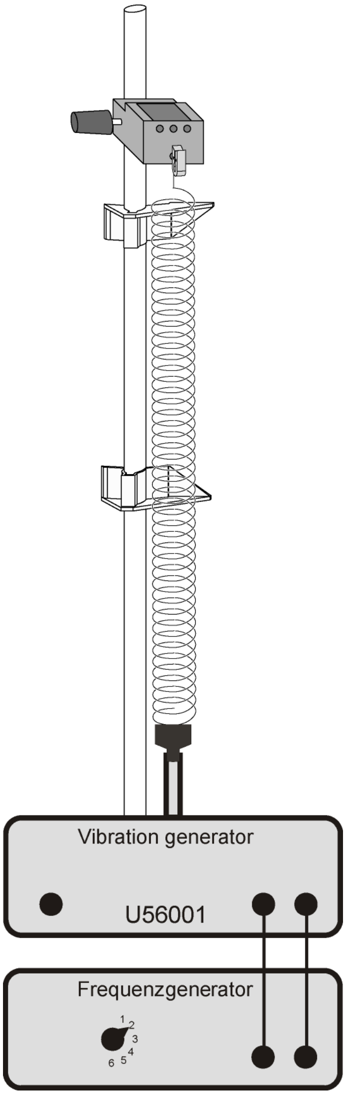


Abbildung 8: Versuchsaufbau zur Untersuchung von Longitudinalschwingungen in einer Spiralfeder

4.3 Chladnische Klangfiguren

Der deutsche Jurist, Physiker, Astronom und Musiker Ernst Florens Friedrich Chladni beschäftigte sich unter dem Einfluss von Bernoulli und Euler mit experimenteller Akustik. 1787 veröffentlichte er eine Arbeit über akustisch erzeugte Schwingungsmuster, die entstehen, wenn dünne Platten, die mit Sand bestreut sind, in Schwingung versetzt werden.

Die Entstehung solcher Schwingungsmuster wird in diesem Versuch rein qualitativ nachvollzogen. Dazu steht Ihnen ein mechanischer Anreger zur Verfügung, der in ein vertikal oszillierendes Gewinde endet. Auf dieses Gewinde können Sie runde und quadratische Metallplatten schrauben, die Sie mit Sand bestreuen. Durch die Oszillationsbewegung der Platte bei Resonanz hüpfen die Sandkörnchen umher und bleiben dort liegen, wie sich die Knotenlinien der jeweiligen Schwingung befinden. Sie visualisieren dadurch die Knotenlinien der zweidimensionalen Schwingungen.

Qualitativ führt Ihnen das unmittelbar vor Augen, dass Schwingungen und Wellen kein Phänomen in nur einer Dimension ist, wie es in den anderen Versuchsteilen den Anschein haben mochte. Für Wellen in zwei Dimensionen werden dann auch die Randbedingungen wesentlich komplexer. Eine Randbedingung für eine Welle, die in einer Dimension existiert, ist punktförmig und kann im Wesentlichen auf die Phase der Reflexion an diesem Punkt reduziert werden (und ggf. zusätzlich noch dämpfenden Charakter haben). Eine Randbedingung für eine Welle, die in zwei Dimension existiert, ist nicht mehr punktförmig sondern hat selber eine Ausdehnung und einer Form. Dies lässt erahnen, wie viel komplexer die Situation dabei wird. Dementsprechend können die Chladnischen Klangfiguren recht komplexe Gebilde sein.

4.4 Stehende Transversalwellen im Kreisring

Schließlich steht Ihnen ein Ring aus Federstahl zur Verfügung, den Sie mit dem Vibrationsgenerator in Resonanz versetzen können. Die Anregungen sind in diesem Fall Transversalwellen, die sich entlang des Kreisrings ausbreiten. Dadurch entfällt eine der Randbedingungen und Start- und Endpunkt des einsimensionalen Federstahls fallen zusammen. Dieser Versuchsteil ist rein qualitativ.

5 Aufgabenstellung

5.1 Transversale Seilschwingungen am Gummiband

1. **Versuche bei fester Seilspannung**

    a) Messen Sie bei unveränderter Seilspannung möglichst viele Eigenschwingungen des Gummiseils durch Variation der Anregungsfrequenz. Sie werden feststellen, dass die Randbedingung für die Reflexion an den Enden des Seils nicht ganz der eines fixierten Seilendes entspricht. Da die Schwingung an einem Ende des Seils angeregt wird, ist dieses Ende eben nicht vollständig in Ruhe und es kann sich gar nicht um einen Knotenpunkt handeln. Da die Abweichung von der idealisierten Randbedingung jedoch gering ist, kann man den effekt berücksichtigen, indem man von einer effektiven Seillänge L_{eff} ausgeht, die zwischen den am weitesten außen liegenden Knoten angesetzt wird. Bestimmen Sie L_{eff}.

    b) Tragen Sie nun die Eigenfrequenzen f_n gegen die Nummer der Eigenfrequenz n auf. Welche Verhältnisse zeigen Ihre Messwerte?

    c) Tragen Sie die Eigenfrequenzen f_n gegen n/L_{eff} auf. Welcher Zusammenhang lässt sich erkennen?

d) Machen Sie eine Analyse der experimentellen Unsicherheiten.

2. **Variation der Seilspannung**
   Gehen Sie zurück zur Frequenz, bei der Sie drei Schwingungsbäuche erhalten haben. Lassen Sie nun diese Frequenz unverändert und verändern Sie die Kraft, die das Gummiband aufspannt, durch gefühlvolles Verschieben des Kraftmessers bis sich stehenden Wellen (maximale Amplituden) mit Wellenlängen $\lambda = 2L/n$ ausbilden.

   a) Verringern bzw. erhöhen Sie langsam die Seilspannung und ermitteln Sie die Kräfte, bei denen sich weitere stehende Wellen mit $n = 2,3,4,5$ Bäuchen ausbilden.

   b) Bestimmen Sie graphisch den Mittelwert der Massenbelegung (siehe Aufgabe 4 in Abschnitt 3). Welche Rolle spielt dabei L?

   c) Ermitteln Sie die Ausbreitungsgeschwindigkeit für die Seilspannungen gemäß Gleichung 4

3. **Variation der Massenbelegung**
   Variieren Sie die Massenbelegung durch Variation der Seile. Bestimmen Sie die Massebelegung (Seilmasse pro Länge) unabhängig von der Bestimmung aus Aufgabe 2 mit Hilfe eine Waage.

   a) Wiederholen Sie die Aufgabe aus 2a

   b) Tragen Sie die Messdaten so auf, dass erkennbar wird, dass in der Wellengleichung für Seile die Größen Seilkraft F und Massebelegung μ nur als deren Verhältnis F/μ eingehen.

4. **Variation der Seillänge**
   Verändern Sie nun bei konstanter Seilspannung die Seillänge L durch das Verschieben des Stegs und stellen Sie pro L je drei Eigenschwingungen ein. Zeigen Sie dass $f_1 \propto \frac{1}{L}$ ist.

5.2 Longitudinalschwingungen in einer Spiralfeder

Beginnen Sie stets im unteren Frequenzbereich und erhöhen Sie f nur langsam.

1. Suchen Sie diejenigen Frequenzen, bei denen sich stehende Wellen ausbilden. Notieren Sie sich die Frequenz und die Nummer der Oberschwingung.

2. Erzeugen Sie eine stehende Welle mit zwei Schwingungsbäuchen (drei Schwingungsknoten) und messen Sie die Wellenlänge λ.

3. Verändern Sie bei gleichbleibender Frequenz langsam die Länge - bleibt die stehende Welle erhalten? Bestimmen Sie bei dieser größeren Länge λ erneut.

5.3 Chladnische Klangfiguren

Erzeugen Sie mithilfe des Vibrationsgenerators auf der quadratischen und der runden Platte sogenannte Chladnische Klangfiguren und skizzieren Sie die Formen in Ihrem Protokoll. Welchen Zusammenhang gibt es zwischen der Form der Klangfigur und der Anregungsfrequenz?

Abbildung 9: Chladnische Klangfigur mit quadratischer Platte (Uni Kalifornien, San Diego)

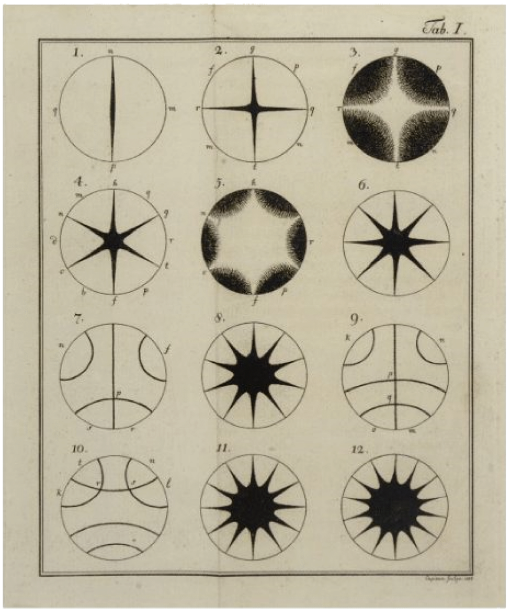


Abbildung 10: Chladnische Klangfigur mit runder Platte (Originalskizze von Chladni)

5.4 Stehende Wellen im Kreisring

Stecken Sie den Ring aus Federstahl auf den Vibrationsgenerator. Fahren Sie die Frequenzen durch und finden Sie die Frequenzen, bei denen sich stehende Wellen bilden. Welche Frequenzen sind das? Welchen Zusammenhang finden Sie zwischen Frequenz und Schwingungsbild?
Beschreiben Sie Ihre Beobachtungen qualitativ.