Fakultät IV = XXIV — Mathematik
Mathematische Logik und
Theoretische Informatik
Hannes Diener

Lineare Algebra für Informatiker, SS12

Übungsblatt **8**, Musterlösungen werden in den Übungen am 20. Juni vorgestellt

---

Aufgabe 1. Zeigen Sie:

(a) Ist $A \in M(n \times n, K)$ eine invertierbar Matrix und $k \in K$ mit $k \neq 0$, so ist auch kA invertierbar.

(b) Ist $A^2 = 0$, so sind auch $I_n - A$ und $I_n + A$ invertierbar.

Geben Sie ausserdem ein Beispiel an, das zeigt, daß die folgende Aussage falsch ist:

(c) Sind $A, B \in M(n \times n, K)$ invertierbar, so ist auch $A + B$ invertierbar.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrix.

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & 0 & 9 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3. Bestimmen Sie, mit Hilfe des Dimensionssatz $\dim \operatorname{Ke} \varphi$ für

(a) $\varphi : K^5 \to K^7$, mit $\dim \operatorname{Bi} \varphi = 3$,

(b) $\varphi : K^6 \to K^3$, mit φ surjektiv,

(c) $\varphi : M(2 \times 2, K) \to M(2 \times 2, K)$, mit $\dim \operatorname{Bi} \varphi = 3$.

Aufgabe 4. Finden Sie das Inverse zu folgender Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 5. Zerlegen Sie die folgende Matrix in Elementarmatrizen.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zusatzaufgabe 6. Seien $A, B \in M(n \times n, K)$. Zeigen Sie, daß

$$A \sim B \iff \exists S, T \in M(n \times n, K) : S, T \text{ invertierbar und } AS = TB$$

eine Äquivalenzrelation definiert.

ENDE