

Übungen zu Angewandte Stochastik I - Blatt 2

Abgabe am 6. 5. vor Beginn der Übung

Aufgabe 1

Gib für folgende Versuche einen möglichst einfachen Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ an. Verwende für alles mathematische Ausdrücke / Definitionen. Beschreibe auch kurz, welches $\omega \in \Omega$ welchem modellierten Ereignis entspricht.

- (a) Ergebnis des Ziehens der Lottozahlen (6 aus 49), (2)
- (b) 6-maliger Münzwurf. (2)

Aufgabe 2

In dieser Aufgabe liegt ein Laplacescher Wahrscheinlichkeitsraum vor. Als Zufallsexperiment betrachten wir das zufällige Auswählen einer vierstelligen Telefonnummer (die Möglichkeit einer 0 an der ersten Stelle sei nicht ausgeschlossen).

- (a) Definiere die Grundmenge und das Wahrscheinlichkeitsmaß des Experiments. (2)
- (b) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Telefonnummer aus vier verschiedenen Ziffern besteht. (1)
- (c) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Telefonnummer zweimal die 1, einmal die 2 und einmal die 3 enthält. (2)
- (d) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Telefonnummer nur aus geraden, aber 4 verschiedenen Zahlen besteht. (0 wird als eine gerade Zahl angenommen) (2)
- (e) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Telefonnummer genau zweimal die 3, aber keine 6 enthält. (2)

Aufgabe 3

Betrachte das zweimalige Würfeln, also $\Omega = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), \dots, (6, 6)\}$. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- (a) die erste Zahl kleiner ist als die zweite, (1,5)
- (b) das Produkt der Zahlen gerade ist. (1,5)

Untersuche nun folgende Ereignisse auf Unabhängigkeit (über die Definition):

- (c) „die erste Zahl ist größer als 3“ und „die Summe der beiden Zahlen ist 7“, (2)
- (d) „die Summe ist durch 3 teilbar“ und „die Summe ist durch 5 teilbar“ und „die Summe ist gerade“ – betrachte hier sowohl die paarweise Unabhängigkeit als auch die Unabhängigkeit aller 3 Ereignisse. (4)

Aufgabe 4

Sei (Ω, \mathcal{F}, P) ein beliebiger Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B \in \mathcal{F}$. Zeige: (3)

$$P(A \cap B) - P(A)P(B) = P(A^c)P(B) - P(A^c \cap B).$$