Übungen zur Angewandten Diskreten Mathematik

Dr. Hartmut Lanzinger, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Freitag, 18. Januar 2013, vor den Übungen

1. Es sei n eine Carmichael- Zahl. Zeige, dass n mindestens drei Primfaktoren besitzt. (3 Punkte)

2. Es sei $m \in \mathbb{N}$ und die Zahlen $6m + 1$, $12m + 1$ und $18m + 1$ prim.
   Zeige, dass die Zahl $n = (6m + 1) \cdot (12m + 1) \cdot (18m + 1)$ eine Carmichael-Zahl ist. (4 Punkte)

3. (a) Weise $5^{280} \equiv 67 \bmod 561$ nach.

   (b) Erkläre, warum daraus folgt, dass 561 zusammengesetzt ist.

   Hinweis:
   Es darf dabei ohne Beweis verwendet werden, dass die Kongruenz $x^2 \equiv 1 \bmod p$ genau zwei Lösungen besitzt, wenn p eine ungerade Primzahl ist. (5 Punkte)

4. Zeige, dass alle Fermat- Zahlen und alle Mersenne- Zahlen Primzahlen oder Pseudoprimzahlen sind. (4 Punkte)

5. Beweise ohne Probedivision, dass $F_4 = 2^{2^4} + 1$ prim ist. (4 Punkte)

6. Es seien $n = p \cdot q = 292937$ und $\varphi(n) = 291840$ gegeben.
   Bestimme wie im Beweis zu Lemma 3.2 die Primfaktoren p und q. (4 Punkte)