V1

1. **(4 Punkte)** Holgers Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2}.$$

Sein Einkommen beträgt $m = 18$. Die Preise betragen $p_1 = 1$, $p_2 = 2$. Das Haushaltsoptimum (x_1^*, x_2^*) lautet

❍ a) $(0, 9)$ ❍ b) $(2, 8)$ ❍ c) $(6, 6)$ ❍ d) $(12, 3)$ ❍ e) $(18, 0)$.
Richtige Lösung: c)

Die Präferenzen sind monoton, weil $MU_1 = \frac{1}{2\sqrt{x_1}} \geq 0$ und $MU_2 = \frac{1}{\sqrt{x_2}} \geq 0$. Die MRS lautet

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\sqrt{x_2}}{2\sqrt{x_1}}.$$

Aufgrund von Monotonie sinkt x_2 entlang der Indifferenzkurve, wenn x_1 steigt. Demnach nimmt die MRS mit steigendem x_1 (und mit fallendem x_2) ab. Die Präferenzen sind konvex und das Haushaltsoptimum lässt sich bestimmen durch das Einsetzen von

$$MRS = \frac{\sqrt{x_2}}{2\sqrt{x_1}} \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} = \frac{p_1}{p_2} = MOC$$
$$\Rightarrow x_2 = x_1$$

in die Budgetgleichung

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = 1 \cdot x_1 + 2 \cdot x_1 = 3x_1 = 18 = m$$
$$\Rightarrow x_1^* = \frac{18}{3} = 6.$$

Wir erhalten $x_2^* = x_1^* = 6$ und damit das Haushaltsoptimum $(x_1^*, x_2^*) = (6, 6)$.

2. **(3 Punkte)** Richards Nutzenfunktion ist gegeben durch

$$U(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2.$$

❍ a) Die Präferenzen sind nicht monoton.

❍ b) Die Präferenzen sind konvex.

❍ c) Für Richards Haushaltsoptimum gilt $MRS \stackrel{!}{=} MOC$.

❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

Richtige Lösung: d)

Die Präferenzen sind monoton, weil $MU_1 = 2x_1 \geq 0$ und $MU_2 = 1 > 0$. Daher ist **a)** falsch. Die MRS lautet

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{2x_1}{1} = 2x_1.$$

Aufgrund von Monotonie sinkt x_2 entlang der Indifferenzkurve, wenn x_1 steigt. Die MRS nimmt mit steigendem x_1 also zu. Die Präferenzen sind demanch nicht konvex und das Haushaltsoptimum lässt sich nicht bestimmen durch $MRS \stackrel{!}{=} MOC$. Daher ist **b)** und **c)** falsch.

3. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Nutzenfunktion $U(x_1, x_2) = \frac{1+x_1}{1+x_2}$.

❍ a) Die Präferenzen sind monoton.

❍ b) Gut 1 ist ein Ungut, Gut 2 nicht.

❍ c) Gut 2 ist ein Ungut, Gut 1 nicht.

❍ d) Sowohl Gut 1 als auch Gut 2 sind Ungüter.

richtige Lösung: c)

Der marginale Nutzen von Gut 1 ist $MU_1 = \frac{1}{1+x_2} > 0$. Daher ist Gut 1 kein Ungut. Weil $MU_2 = \frac{-(1+x_1)}{(1+x_2)^2} < 0$, ist Gut 2 ein Ungut.

4. **(3 Punkte)** Betrachten Sie die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)\, x_3$ und $U_2(x_1, x_2, x_3) = \left(x_1^2 + x_2^2\right) x_3^2$.

❍ a) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die monoton steigende Transformation $\tau(U) = U^2$ U_1 in U_2 überführt.

❍ b) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil die Indifferenzkurven identisch aussehen.

❍ c) Die beiden Nutzenfunktionen sind äquivalent, weil $U_1(0,0,0) = U_2(0,0,0)$

❍ d) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(1,0,1)$ und $(2,0,1)$ begründen.

❍ e) Die beiden Nutzenfunktionen sind nicht äquivalent. Dies lässt sich anhand der Güterbündel $(1,1,1)$ und $(0,2,1)$ begründen.

richtige Lösung: e)

Es gilt $\tau(U_1) = (x_1 + x_2)^2\, x_3^2 \neq \left(x_1^2 + x_2^2\right) x_3^2 = U_2$. Daher ist **a)** falsch. Nutzenfunktionen können, müssen aber nicht äquivalent sein, wenn die Indifferenzkurven identisch aussehen. Die Nutzenfunktionen $U_1(x_1, x_2, x_3)$ und $U_1'(x_1, x_2, x_3) = -U_1(x_1, x_2, x_3)$ sind z.B. nicht äquivalent. Daher ist die Begründung von **b)** falsch. **c)** ist falsch, weil durch $U_1(0,0,0) = U_2(0,0,0)$ keine Aussage über die Äquivalenz von U_1 und U_2 getroffen werden kann. Anhand von $U_1(1,0,1) = 1 < 2 = U_1(2,0,1)$ und $U_2(1,0,1) = 1 < 4 = U_2(2,0,1)$ lässt sich nicht begründen, dass U_1 und U_2 nicht äuqivalent sind. Daher ist **d)** falsch. Weil $U_1(1,1,1) = 2 = 2 = U_1(0,2,1)$ und $U_2(1,1,1) = 2 < 4 = U_2(0,2,1)$, sind die Nutzenfunktionen U_1 und U_2 nicht äquivalent. Daher ist **e)** richtig.

5. **(2 Punkte)** Gehen Sie davon aus, dass der optimale Konsum von Gut 1 gegeben ist durch

$$x_1(m, p_1, p_2) = \frac{2m}{2p_1 + 3p_2}.$$

❍ a) Eine Variation des Preises von Gut 2 führt zu einer anderen Engelkurve für Gut 1.

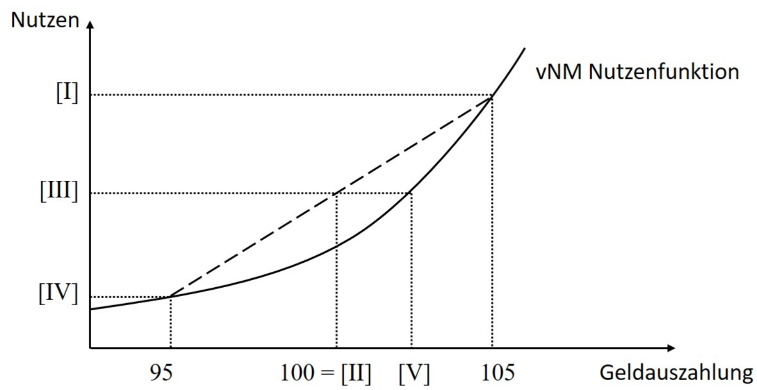
❍ b) Eine Variation des Einkommens führt zu einer anderen Engelkurve für Gut 1.

❍ c) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: a)

Die Engelkurve für Gut 1 stellt den optimalen Konsum von Gut 1 in Abhängigkeit des Einkommens dar. Die Engelkurve lautet also $x_1(m) = \frac{2m}{2p_1+3p_2}$. Weil das Einkommen bei einer Engelkurve bereits variiert wird, führt die Variation des Einkommens zu keiner anderen Engelkurve. Daher ist **b)** falsch. Eine Variation des Parameters p_2 führt zu einer anderen Engelkurve. Daher ist **a)** richtig.

6. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Lotterie $L = \left[95, 105; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ und die in der Abbildung dargestellte vNM-Nutzenfunktion.



[III] bezeichnet

❍ a) $CE(L)$ ❍ b) $E(L)$ ❍ c) $u(105)$ ❍ d) $u(95)$ ❍ e) $u(E(L))$

❍ f) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.
richtige Lösung: f)

[III] bezeichnet den erwarteten Nutzen der Lotterie L, also $E_u(L)$. Daher ist **f)** richtig.

7. **(2 Punkte)** Eine vNM-Nutzenfunktion, die Risikofreude widerspiegelt,

❍ a) ist konkav.
❍ b) hat für die Lotterie $L = \left[7, 12; \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$ die Eigenschaft $E_u(L) \geq u(E(L))$.
❍ c) ist zum Beispiel durch die Funktion $u(x) = 5 \ln x$ gegeben.
❍ d) hat für die Lotterie $L = \left[7, 12; \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$ die Eigenschaft $CE(L) < E(L)$.

richtige Lösung: b)
vNM-Nutzenfunktionen, die Risikofreude widerspiegeln, sind konvex. Daher ist **a)** falsch. Ein risikofreudiges Individuum zieht das Spielen der Lotterie der sicheren Auszahlung des Erwartungswertes vor, d.h. $E_u(L) \geq u(E(L))$. Daher ist **b)** richtig.

Die Funktion $u(x) = 5 \ln x$ ist konkav und spiegelt Risikoaversion wider. Daher ist **c)** falsch. Derjenige Betrag, der dem Individuum so viel Wert ist wie die Lotterie, ist für risikofreudige Individuen größer als der Erwartungswert, d.h. $CE(L) \geq E(L)$. Daher ist **d)** falsch.

8. **(3 Punkte)** Der optimale Konsum eines Haushaltes von Gut 1 ist gegeben durch

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{10p_2 - m}{p_2 - p_1}.$$

Es gilt $p_2 > p_1$, $10p_2 > m$, $m > 10p_1$.

❍ a) Gut 1 ist gewöhnlich und inferior.
❍ b) Gut 1 ist nicht-gewöhnlich und inferior.
❍ c) Gut 1 ist gewöhnlich und normal.
❍ d) Gut 1 ist nicht-gewöhnlich und normal.

richtige Lösung: b)
Es gilt $\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = (-1) \cdot (-1) \frac{10p_2 - m}{(p_2 - p_1)^2} = \frac{10p_2 - m}{(p_2 - p_1)^2} \geq 0$. Daher ist Gut 1 nicht-gewöhnlich. Es gilt $\frac{\partial x_1}{\partial m} = \frac{-1}{p_2 - p_1} \leq 0$. Daher ist Gut 1 inferior. Somit ist **b)** richtig.

9. **(4 Punkte)** Marie verfügt über ein Einkommen m und hat die Nutzenfunktion

$$U(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

Ihr optimaler Konsum (x_1^*, x_2^*) ist demnach gegeben durch

$$\begin{aligned} &\left(\frac{m}{p_1}, 0\right), && \text{falls } p_1 < p_2 \\ \left(x, \frac{m - p_1 x}{p_2}\right),\ x \in &\left[0, \frac{m}{p_1}\right], && \text{falls } p_1 = p_2 \\ &\left(0, \frac{m}{p_2}\right), && \text{falls } p_1 > p_2. \end{aligned}$$

Es sei $m = 24$, $p_1 = 2$, $p_2 = 3$. Es droht eine Preiserhöhung bei Gut 1 auf $p_1^n = 4$.

❍ a) Die kompensatorische Variation beträgt 0.

❍ b) Die kompensatorische Variation beträgt 2.

❍ c) Die kompensatorische Variation beträgt 4.

❍ d) Die kompensatorische Variation beträgt 6.

❍ e) Die äquivalente Variation beträgt 0.

❍ f) Die äquivalente Variation beträgt 4.

❍ g) Die äquivalente Variation beträgt 8.

❍ h) Die äquivalente Variation beträgt 12.

richtige Lösung: g)

Marie konsumiert ausschließlich Gut 1, $(x_1^*, x_2^*) = \left(\frac{m}{p_1}, 0\right)$, vor der Preiserhöhung und ausschließlich Gut 2, $(y_1^*, y_2^*) = \left(0, \frac{m}{p_2}\right)$, nach der Preiserhöhung. Die kompensatorische Variation erhalten wir durch

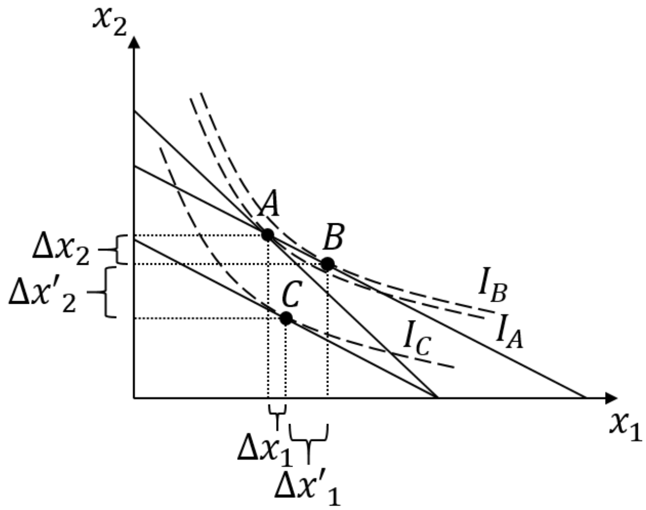
$$\begin{aligned} U(\frac{m}{p_1}, 0) &= U(0, \frac{m + CV}{p_2}) \\ 12 &= \frac{24 + CV}{3} \\ CV &= 36 - 24 = 12. \end{aligned}$$

Die äquivalente Variation erhalten wir durch

$$\begin{aligned} U(0, \frac{m}{p_2}) &= U(\frac{m - EV}{p_1}) \\ 8 &= \frac{24 - EV}{2} \\ EV &= 24 - 16 = 8. \end{aligned}$$

Daher ist **g)** richtig.

10. **(2 Punkte)** Betrachten Sie folgende Grafik, in der I_i, $i \in \{A, B, C\}$, die zu Güterbündel i gehörende Indifferenzkurve bezeichnet. Budgetgeraden werden durch die durchgezogenen Geraden dargestellt. Nehmen Sie an, dass sich das Haushaltsoptimum bei den Preisen p_1, p_2 im Punkt A befindet. In der Grafik wird die Preiserhöhung von p_2 auf $p_2^n > p_2$ dargestellt.



❍ a) Der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist Δx_2, der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2 + \Delta x_2'$.

❍ b) Der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2 + \Delta x_2'$, der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2'$.

❍ c) Der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist Δx_2, der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2'$.

❍ d) Der absolute Substitutionseffekt von Gut 2 ist $\Delta x_2'$, der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist Δx_2.

richtige Lösung: c)

Das neue Haushaltsoptimum bei Preisen p_1, p_2^n ist gegeben durch C. Beim Substitutionseffekt wird angenommen, dass sich der Haushalt das alte Haushaltsoptimum A trotz Preisänderung leisten kann. Die Budgetgrade rotiert also um A (gegen den Uhrzeigersinn), wenn p_2 steigt. Der optimale Konsum verschiebt sich folglich von A nach B. Der absolute Substitutionseffek von Gut 2 ist demnach Δx_2. Da sich der Haushalt Güterbündel B nach der Preiserhöhung nicht leisten kann, verschiebt sich der optimale Konsum von B nach C. Der absolute Einkommenseffekt von Gut 2 ist also $\Delta x_2'$. Daher ist **c)** richtig.

11. **(4 Punkte)** Auf einem Faktormarkt gebe es zwei Nachfrager, A und B. Ihre Nachfragefunktionen sind gegeben durch $x^A(w) = 12 - 3w$ und $x^B(w) = 25 - 5w$. Die aggregierte Faktornachfragefunktion lautet:

❍ a)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 5 \\ 25 - 5w, & 5 \geq w > 4 \\ 12 - 3w & 4 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

❍ b)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 5 \\ 12 - 3w, & 5 \geq w > 4 \\ 37/2 - 4w & 4 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

❍ c)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 5 \\ 25 - 5w, & 5 \geq w > 4 \\ 37/2 - 4w & 4 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

❍ d)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 5 \\ 25 - 5w, & 5 \geq w > 4 \\ 37 - 8w & 4 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

❍ e)

$$x(w) = \begin{cases} 0, & w > 5 \\ 12 - 3w, & 5 \geq w > 4 \\ 37 - 8w & 4 \geq w \geq 0 \end{cases}$$

richtige Lösung: d)

Der Prohibitivpreis von A ist $w_A^{Pro} = 12/3 = 4$, der Prohibitivpreis von B ist $w_B^{Pro} = 25/5 = 5$. Die aggregierte Faktornachfrage für $w > 5 = w_B^{Pro} > w_A^{Pro}$ ist also 0. Falls $w_B^{Pro} = 5 \geq w > 4 = w_A^{Pro}$, fragt nur B nach. Die aggregierte Faktornachfrage lautet also $x(w) = x^B(w) = 25 - 5w$ für $5 \geq w > 4$. Falls $w_B^{Pro} > w_A^{Pro} = 4 \geq w \geq 0$, fragen A und B nach. Die aggregierte Faktornachfrage lautet also $x(w) = x^A(w) + x^B(w) = 37 - 8w$ für $4 \geq w \geq 0$. Daher ist **d)** richtig.

12. **(2 Punkte)** Betrachten Sie die Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$. Die Faktorpreise sind w_1, w_2, wobei $w_1 > w_2$ gilt. Eine Optimalitätsbedingung zur Bestimmung der Minimalkostenkombination lautet

❍ a) $\frac{\frac{\partial y}{\partial x_1}}{\frac{\partial y}{\partial x_2}} \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2}$

❍ b) $\frac{\frac{\partial y}{\partial x_1}}{\frac{\partial y}{\partial x_2}} \stackrel{!}{=} w_1 w_2$

❍ c) $x_1 \stackrel{!}{=} 0$

❍ d) $x_2 \stackrel{!}{=} 0$

❍ e) $x_1 \stackrel{!}{=} x_2$

richtige Lösung: c)

Die Produktionstechnologie ist konkav, weil die

$$MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{x_1}{x_2}$$

mit steigendem x_1 (und daher fallendem x_2 entlang der Isoquante) steigt. Es wird also entweder ausschließlich Faktor 1, $y = x_1^2$, oder ausschließlich Faktor 2, $y = x_2^2$, zur Produktion verwendet. Die Ausgaben zur Produktion betragen daher entweder $w_1\sqrt{y}$ bei Verwendung von Faktor 1 oder $w_2\sqrt{y}$ bei Verwendung von Faktor 2. Weil $w_1 > w_2$, wird ausschließlich Faktor 2 zur Produktion verwendet. Also muss $x_1 = 0$ gelten. Daher ist **c)** richtig.

13. **(4 Punkte)** Ein Unternehmen hat die Produktionsfunktion $f(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$. Die Faktorpreise betragen $w_1 = 4$ und $w_2 = 3$. Wie lautet die Kostenfunktion?

❍ a) $C(x_1, x_2) = 4x_1 + 3x_2$

❍ b) $C(y) = 7y$

❍ c) $C(y) = y^2$

❍ d) $C(y) = 3y^2$

❍ e) $C(x_1, x_2) = 7(x_1 + x_2)$

❍ f) $C(y) = \frac{4}{3}y^2$

❍ g) $C(y) = \frac{1}{4}y^2$

❍ h) $C(y) = \frac{3}{4}y^2$

richtige Lösung: h)

Es gilt

$$MRTS = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{2\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}.$$

Entlang der Isoquante sinkt x_2, wenn x_1 steigt. Die $MRTS$ nimmt mit steigendem x_1 also ab. Das optimale Faktorverhältnis ergibt sich aus

$$\begin{aligned}
MRTS = \frac{2\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} &\stackrel{!}{=} \frac{4}{3} = \frac{w_1}{w_2} \\
\frac{x_2}{x_1} &= \frac{4}{9} \\
\Rightarrow x_2 &= \frac{4}{9}x_1.
\end{aligned}$$

Die Produktion bei optimalen Faktoreinsatz $(x_1, \frac{4}{9}x_1)$ beträgt

$$y = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{\frac{4}{9}x_1} = (2 + \frac{2}{3})\sqrt{x_1} = \frac{8}{3}\sqrt{x_1}.$$

Daraus erhalten wir $x_1(y) = \frac{9}{64}y^2$ und $x_2(y) = \frac{1}{16}y^2$ und schließlich die Kostenfunktion

$$C(y) = 4x_1(y) + 3x_2(y) = \frac{9}{16}y^2 + \frac{3}{16}y^2 = \frac{3}{4}y^2.$$

14. **(4 Punkte)** Ein Unternehmen hat die Möglichkeit auf einem Markt zu agieren. Der Marktpreis beträgt $p = 4$. Die langfristige Kostenfunktion des Unternehmenes lautet

$$C(y) = \begin{cases} 12 + \frac{y^2}{2} & y > 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases}.$$

$MC(y)$ bezeichne die marginalen, $AC(y)$ die durchschnittlichen Kosten des Unternehmens.

❍ a) Das Unternehmen produziert die Menge $y = 4$, weil $MC(4) \stackrel{!}{=} p$.

❍ b) Das Unternehmen produziert die Menge $y = 0$, weil $AC(4) > MC(4) \stackrel{!}{=} p$.

❍ c) Das Unternehmen produziert die Menge $y = 4$, weil $AC(4) > MC(4) \stackrel{!}{=} p$.

❍ d) Das Unternehmen produziert die Menge $y = 0$, weil $AC(4) < MC(4) \stackrel{!}{=} p$.

❍ e) Das Unternehmen produziert die Menge $y = 4$, weil $AC(4) < MC(4) \stackrel{!}{=} p$.

richtige Lösung: b)

Falls das Unternehmen eine positive Menge produziert, erhalten wir die gewinnmaximale Menge

$$\begin{aligned}
MC(y) = y &\stackrel{!}{=} 4 = p \\
\Rightarrow y &= 4.
\end{aligned}$$

Die durchschnittlichen Kosten lauten $AC(y) = \frac{12}{y} + \frac{y}{2}$, falls $y > 0$. Wir erhalten $AC(4) = \frac{12}{4} + \frac{4}{2} = 5$. Der Gewinn des Unternehmens, wenn es die Menge $y = 4$ produziert, lautet also

$$\begin{aligned}
\Pi(4) &= p \cdot 4 - C(4) \\
&= 4\,(p - AC(4)) \\
&= 4\,(4 - 5) < 0.
\end{aligned}$$

Weil $AC(4) = 5 > 4 = MC(4) \stackrel{!}{=} p$, produziert das Unternehmen nicht. Wir erhalten die gewinnmaximale Menge $y = 0$.

15. **(2 Punkte)** Ein Unternehmen produziert ein Gut mit einem Faktor. Die Produktionsfunktion lautet $y = f(x) = \sqrt{x}$. Der Faktorpreis w und der Verkaufspreis p des Gutes sind fest vorgegeben.

❍ a) Es liegen konstante Skalenerträge vor.

❍ b) Es liegen wachsende Skalenerträge vor.

❍ c) Es liegen fallende Skalenerträge vor.

❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

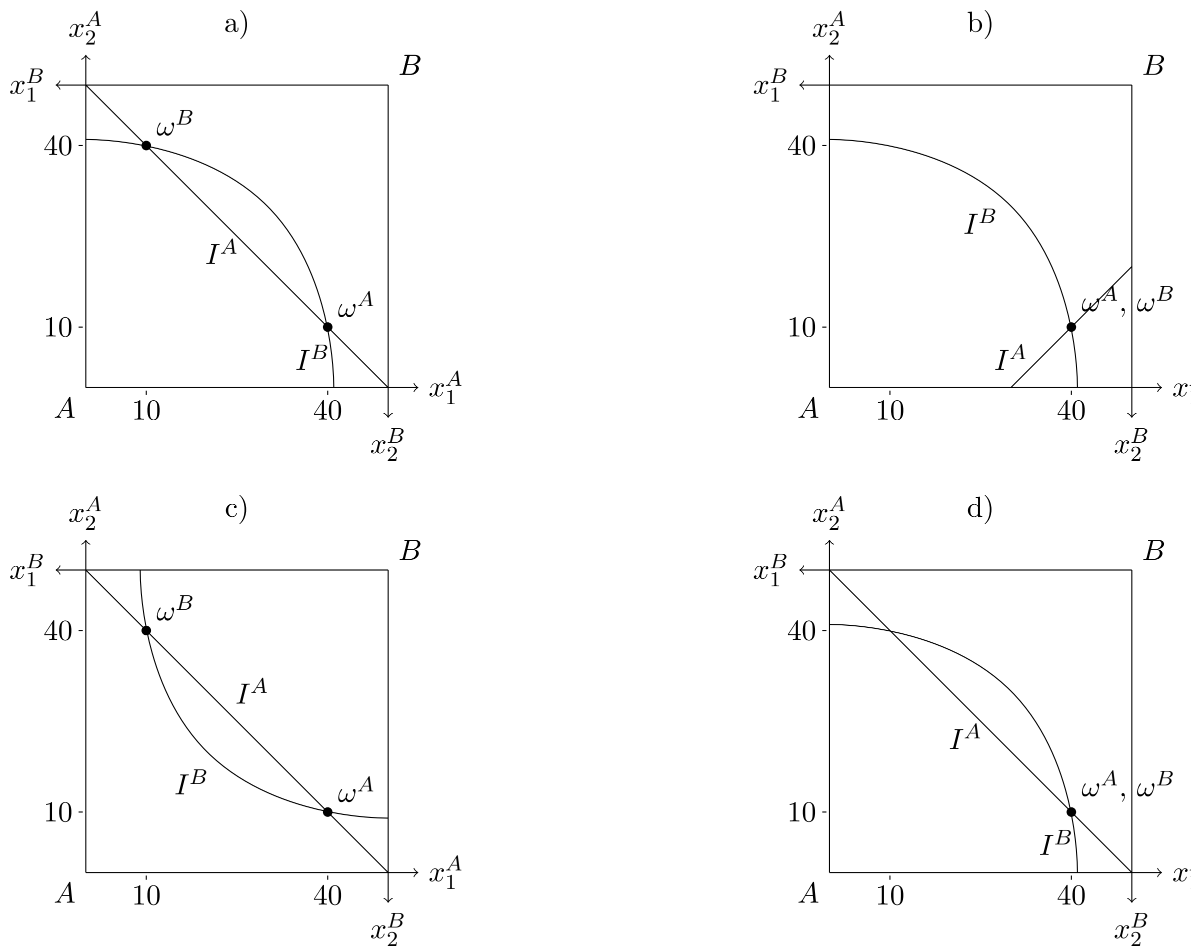
richtige Lösung: c)

Es gilt

$$f(tx) = \sqrt{tx} = \sqrt{t} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{t} f(x) < t f(x)$$

für $t > 1$. Daher liegen fallende Skalenerträge vor.

16. **(2 Punkte)** In einer Tauschökonomie mit zwei Gütern hat Akteur A die Nutzenfunktion $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = 2x_1^A + 2x_2^A$ und Akteur B die Nutzenfunktion $U_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = \sqrt{x_1^B} + \sqrt{x_2^B}$. Die Anfangsausstattungen sind gegeben durch $\omega^A = (40, 10)$ beziehungsweise $\omega^B = (10, 40)$. Welche der folgenden Grafiken skizziert die Anfangsausstattungen und die durch die Anfangsausstattungen verlaufenden Indifferenzkurven? Hierbei bezeichnen I_A und I_B die Indifferenzkurven von Agent A bzw. B.



❍ a) ❍ b) ❍ c) ❍ d)

richtige Lösung: d)

Die Anfangsausstattungen w^A, w^B müssen in einem Punkt liegen. Somit sind **a)** und **c)** falsch. Agent A besitzt monotone, lineare Präferenzen, da $\partial U_A / \partial x_i^A > 0$ für $i = 1, 2$ und $MRS^A = 1$. Demnach verläuft seine Indifferenzkurve negativ geneigt. Somit ist **b)** falsch. Agent B besitzt monotone, konvexe Präferenzen, da $\partial U_b/\partial x_i^B \geq 0$ für $i = 1,2$ und $MRS^B = \sqrt{x_2^B}/\sqrt{x_1^B}$. In Graphik **d)** ist die Anfangsausstattung korrekt eingezeichnet, beide Indifferenzkurven verlaufen durch die Anfangsausstattung und der Verlauf beider Indifferenzkurven ist korrekt skizziert

17. **(3 Punkte)** Betrachten Sie eine beliebige Tauschökonomie mit zwei Agenten und Anfangsausstattung ω.

❍ a) Alle Pareto-optimalen Allokationen liegen in der zur Anfangsausstattung ω gehörenden Tauschlinse.

❍ b) Wenn für zwei Allokationen $x = \left(\left(x_1^A, x_2^A\right), \left(x_1^B, x_2^B\right)\right)$ und $y = \left(\left(y_1^A, y_2^A\right), \left(y_1^B, y_2^B\right)\right)$ gilt $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) > U_A\left(y_1^A, y_2^A\right)$, dann ist x eine Pareto-Verbesserung gegenüber y.

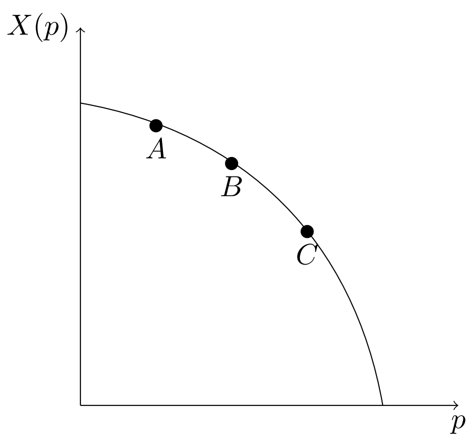
❍ c) Die Anfangsausstattung ω ist Pareto-optimal.

❍ d) Pareto-Optima erfüllen $x_1^A = x_1^B$ und $x_2^A = x_2^B$.

❍ e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: e)
Die zu w gehörende Tauschlinse ist die Schnittmenge der zu w gehörenden Bessermengen von Agent A und B. In der Tauschlinse ist w enthalten. Falls die Tauschlinse strikte Verbesserungen einzelner Akteure beinhaltet, ist die Anfangsausstattung w nicht Pareto-optimal. Daher ist **a)** und **c)** falsch.
Pareto-Optimalität gilt für alle Allokationen, bei denen sich kein Agent besser stellen kann, ohne einen anderen schlechter zu stellen. Da keine Aussage über das Nutzenniveau von Agent B getroffen wird, ist **b)** falsch. Zu **d)** lassen sich viele Gegenbeispiele finden. Somit sind **a)-d)** falsch.

18. **(2 Punkte)** Betrachten Sie folgende Grafik, die eine Nachfragefunktion $X(p)$ abbildet.



❍ a) Die Nachfrage ist in Punkt A elastischer als in den Punkten B und C.

❍ b) Die Nachfrage ist in Punkt B elastischer als in den Punkten A und C.

❍ c) Die Nachfrage ist in Punkt C elastischer als in den Punkten A und B.

❍ d) Die Preiselastizität der Nachfrage ist in allen drei Punkten A, B, C gleich.

richtige Lösung: c)
Die Preiselastizität der Nachfrage lautet $\epsilon_{X,p} = \frac{\partial X}{\partial p} \cdot \frac{p}{X} = -|\frac{\partial X}{\partial p}| \cdot \frac{p}{X}$. Falls p steigt, sinkt X. Demnach steigt $\frac{p}{X}$. Falls p steigt, steigt $|\frac{\partial X}{\partial p}|$. Demnach steigen beide Faktoren, $|\frac{\partial X}{\partial p}|$ und $\frac{p}{X}$, wenn p steigt. Die Nachfrage ist im Punkt C somit elastischer als in den Punkten A und B.

19. **(3 Punkte)** Ein Monopolist agiere auf einem Markt mit der inversen Nachfragefunktion $p(q) = -2q + 40$. Die Kostenfunktion des Monopolisten sei durch $C(q) = 3q^2$ gegeben. Wie lautet die Konsumentenrente bei der Cournot-Menge $q^M = 4$

❍ a) 0 ❍ b) 8 ❍ c) 16 ❍ d) 32 ❍ e) 48 ❍ f) 80

richtige Lösung: c)

Die Konsumenten zahlen den Preis $p(4) = 40 - 2 \cdot 4 = 32$. Da die Nachfragefunktion linear ist, lässt sich die Konsumentenrente über die Dreiecksformel bestimmen. Wir erhalten

$$KR = \frac{p(0) - p(4)}{2} \cdot (4 - 0) = \frac{40 - 32}{2} \cdot 4 = 16.$$

20. **(1 Punkt)** In welcher Einheit wird die Konsumentenrente gemessen?

❍ a) Gramm
❍ b) Nutzeneinheiten
❍ c) Geldeinheiten / Mengeneinheiten
❍ d) Geldeinheiten
❍ e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)

Die Konsumentenrente wird in Geldeinheiten gemessen.

21. **(3 Punkte)** Ein Monopolist betreibt Preisdiskriminierung ersten Grades auf einem Markt. Die Nachfragefunktion lautet $Y(p) = 22 - 2p$. Die Kostenfunktion des Monopolisten beträgt $C(Y) = \frac{Y^2}{2} + 2Y$. Welche Menge wird der Monopolist anbieten?

❍ a) $Y^M = 4$ ❍ b) $Y^M = 4.5$ ❍ c) $Y^M = 5.5$ ❍ d) $Y^M = 6$ ❍ e) $Y^M = 6.5$

❍ f) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)

Aufgrund der Preisdiskriminierung ersten Grades erfüllt der marginale Erlös $MR(Y) = p(Y)$. Die inverse Nachfragefunktion lautet

$$\begin{aligned} Y(p) &= 22 - 2p \\ Y/2 &= 11 - p \\ \Rightarrow p(Y) &= 11 - Y/2. \end{aligned}$$

Die gewinnmaximale Menge erhalten wir aus

$$\begin{aligned} p(Y) &\overset{!}{=} MC(Y) \\ 11 - Y/2 &= Y + 2 \\ 9 &= 3Y/2 \\ \Rightarrow Y^M &= 6. \end{aligned}$$

22. **(3 Punkte)** Auf einem Markt gelte die Marktnachfragefunktion $D(p) = 130 - 2p$ und die Marktangebotsfunktion $S(p) = 10 + 3p$. Es wird eine Mengensteuer von $t = 10$ eingeführt, die die Anbieter an den Staat abzutreten haben. Wie hoch sind die Steuereinnahmen?

❍ a) 700 ❍ b) 820 ❍ c) 850 ❍ d) 900 ❍ e) 1000

richtige Lösung: a)

Die Angebotsfunktion nach Einführung der Steuer lautet

$$S_t(p) = S(p-10) = 10 + 3(p-10) = -20 + 3p.$$

Im Marktgleichgewicht gilt

$$\begin{aligned} D(p) = 130 - 2p &\overset{!}{=} -20 + 3p = S_t(p) \\ 150 &= 5p \\ \Rightarrow p &= 30. \end{aligned}$$

Die Nachfrage beträgt damit $D(30) = 130 - 2 \cdot 30 = 70$. Somit ergeben sich Steuereinnahmen in Höhe von $10 \cdot 70 = 700$.

23. **(4 Punkte)** $N = 1000$ identische Unternehmen befinden sich im vollkommenen Wettbewerb. Die Kostenfunktion von Unternehmen $i \in \{1, \ldots, N\}$ ist gegeben durch

$$C(x_i) = \begin{cases} 9 + x_i^2 & \text{, falls } x_i > 0 \\ 0 & \text{, falls } x_i = 0 \end{cases},$$

wobei x_i die von Unternehmen i produzierte Menge bezeichnet. Für $x_i > 0$, sind die Durchschnittskosten also $AC(x_i) = \frac{9}{x_i} + x_i$ und die marginalen Kosten $MC(x_i) = 2x_i$. Die Marktnachfrage laute $D(p) = 1800 - 100p$. Wie viele Unternehmen bieten im Gleichgewicht eine positive Ausbringungsmenge an?

❍ a) 0 ❍ c) 200 ❍ e) 400 ❍ g) 600 ❍ i) 800

❍ b) 100 ❍ d) 300 ❍ f) 500 ❍ h) 700 ❍ j) 900

richtige Lösung: e)

Im langfristigen Gleichgewicht gilt $AC(x_i) \overset{!}{=} MC(x_i) \overset{!}{=} p$ für jedes Unternehmen $i \in \{1, \ldots, N\}$, das eine positive Menge anbietet. Aus der ersten Bedingung erhalten wir

$$\begin{aligned} AC(x_i) = \frac{9}{x_i} + x_i &\overset{!}{=} 2x_i = MC(x_i) \\ 9 &= x_i^2 \\ \Rightarrow x_i &= 3. \end{aligned}$$

Aus der zweiten Bedingung erhalten wir

$$p \overset{!}{=} 6 = MC(3).$$

Die Marktnachfrage beträgt $D(6) = 1800 - 100 \cdot 6 = 1200$. Da jedes Unternehmen 3 Einheiten anbietet und das Marktangebot im Gleichgewicht 1200 ist, bieten $n = 1200/3 = 400$ Unternehmen eine positive Ausbringungsmenge an.

24. **(1 Punkt)** Die Nachfragefunktion sei gegeben durch $X(p) = 12 - 2p^2$. Die Preiselastizität der Nachfrage lautet

❍ a) $\frac{-p}{12-2p^2}$ ❍ b) $\frac{-p^2}{6-p^2}$ ❍ c) $\frac{-p}{6-p^2}$ ❍ d) $\frac{-p^2}{12-2p^2}$ ❍ e) $\frac{-2p^2}{6-p^2}$

richtige Lösung: e)

$\epsilon_{X,p} = \frac{\partial X(p)}{\partial p} \cdot \frac{p}{X(p)} = -4p \cdot \frac{p}{12-2p^2} = \frac{-4p^2}{12-2p^2} = \frac{-2p^2}{6-p^2}$.

25. **(3 Punkte)** Betrachten Sie folgendes simultane Spiel:

		Spieler2	
		l	r
Spieler1	o	$(5,3)$	$(8,2)$
	u	$(5,2)$	$(3,0)$

❍ a) l ist eine dominante Strategie, weil $3 > 2$ und $5 \geq 3$.

❍ b) o ist eine dominante Strategie, weil $3 > 2$ und $8 > 3$.

❍ c) l ist eine dominante Strategie, weil $5 > 3$ und $5 > 2$.

❍ d) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)
l ist eine dominate Strategie, weil $3 > 2$ und $2 > 0$. Weil die Begründungen von **a)** und **c)** falsch sind, sind **a)** und **c)** falsch. o ist eine dominate Strategie, weil $5 \geq 5$ und $8 \geq 3$. Antwort **b)** ist somit falsch. Demnach trifft **d)** zu.

26. **(3 Punkte)** Betrachten Sie folgendes simultane Spiel:

		Spieler2	
		l	r
Spieler1	o	$(5,4)$	$(8,3)$
	u	$(5,2)$	$(3,1)$

❍ a) $(8,3)$ ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $8 \geq 3$ und $3 \geq 1$.

❍ b) $(5,4)$ ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $5 \geq 5$ und $4 \geq 3$

❍ c) (o,r) ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $8 \geq 3$ und $3 \geq 1$.

❍ d) (o,l) ist ein Nash-Gleichgewicht, weil $5 \geq 5$ und $4 \geq 3$.

❍ e) Keine der obigen Auswahlmöglichkeiten ist korrekt.

richtige Lösung: d)
$(8,3)$ und $(5,4)$ sind keine Strategiekombinationen. (o,r) ist kein Gleichgewicht, weil $3 < 4$. (o,l) ist ein Gleichgewicht, weil $5 \geq 5$ (Spieler 1) und $4 \geq 3$ (Spieler 2).

27. **(4 Punkte)** Auf einer Insel leben 6 Menschen. Es gibt dort nur ein privates und ein öffentliches Gut. Die Präferenzen der Inselbewohner sind identisch. Die Nutzenfunktion von Inselbewohner i lautet $U_i(g, x_i) = \sqrt{g} + 2 \cdot x_i$, wobei x_i die von i konsumierte Menge des privaten Gutes und g die Menge des öffentlichen Gutes bezeichnet. Der Preis des privaten Gutes beträgt $p_x = 4$ und der Preis des öffentlichen Gutes $p_g = 3$. Wie lautet die Pareto-optimale Menge des öffentlichen Gutes?

❍ a) $\frac{9}{16 \cdot 16}$ ❍ b) $\frac{1}{9}$ ❍ c) $\frac{1}{4}$ ❍ d) 1 ❍ e) $\frac{81}{64}$ ❍ f) 4 ❍ g) 9

richtige Lösung: f)

Die marginale Zahlungsbereitschaft eines Einwohners i für eine weitere Einheit des öffentlichen Gutes ist

$$MRS_i = \frac{MU_g}{MU_{x_i}} = \frac{1}{4\sqrt{g}}.$$

Da auf der Insel 6 Personen leben, muss für die aggregierte Zahlungsbereitschaft folgendes gelten

$$\begin{aligned} MRS = \frac{6}{4\sqrt{g}} &\stackrel{!}{=} \frac{3}{4} = \frac{p_g}{p_x} \\ \frac{1}{\sqrt{g}} &= \frac{1}{2} \\ \Rightarrow g &= 4. \end{aligned}$$

28. **(3 Punkte)** Horst und Luise betreiben benachbarte Gartencafés, deren Gäste durch Blumen angelockt werden. Horst baut ausschließlich Sonnenblumen an. Luise baut ausschließlich Gänseblümchen an. Horsts Gewinnfunktion lautet

$$\Pi^H(x) = 6x - x^2,$$

Luises Gewinnfunktion lautet

$$\Pi^L(x, y) = 8y + \frac{x^2}{2} - y^2,$$

wobei x für die Anzahl der Sonnenblumen in Horsts Garten und y für die Anzahl der Gänseblümchen in Luises Garten steht. Das soziale Optimum ist gegeben durch $(x^*, y^*) = (6, 4)$. Die Pigou-Subvention pro Sonnenblume lautet

❍ a) 0 ❍ b) 1 ❍ c) 2 ❍ d) 3 ❍ e) 4 ❍ f) 5 ❍ g) 6

richtige Lösung: g)

Falls jede Sonnenblume mit t subventioniert wird, lautet die Gewinnfunktion von Horst

$$\Pi^H(x) = 6x - x^2 + tx.$$

Die gewinnmaximale Menge von Horst ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^H}{\partial x} &= 6 + t - 2x \stackrel{!}{=} 0 \\ \Rightarrow x &= 3 + t/2. \end{aligned}$$

Die von Horst gewählte Menge, $x = 3 + t/2$, stimmt mit der sozialoptimalen Menge, $x^* = 6$, überein falls

$$\begin{aligned} x = 3 + t/2 &\stackrel{!}{=} 6 \\ \Rightarrow t &= 6. \end{aligned}$$

Alternative Lösung:

Die positive Grenzexternalität von Horst auf Luise ist $E(x) = \frac{\partial \Pi^L(x,y)}{\partial x} = x$. Im sozialen Optimum beträgt diese $E(6) = 6$. Äuqivalent zur negativen Externalität, bei der die Pigou-Steuer dem Grenzschaden der Externalität im sozialen Optimum gleicht, muss bei einer positiven Externalität die Pigou-Subvention der positiven Grenexternalität im sozialen Optimum gleichen. Wir erhalten die Pigou-Subvention $t \overset{!}{=} 6 = E(6)$.

29. **(2 Punkte)** Auf einem Markt agieren die Unternehmen 1 und 2. Unternehmen 1 wählt die Menge $x_1 \in \{a, b, c\}$. Unternehmen 2 wählt die Menge $x_2 \in \{d, e, f\}$. Die hieraus resultierenden Gewinne $(\Pi_1(x_1, x_2), \Pi_2(x_1, x_2))$ sind in unten stehender Matrix dargestellt.

		Unternehmen 2		
		d	e	f
	a	$(6,3)$	$(3,6)$	$(1,8)$
Unternehmen 1	b	$(8,5)$	$(4,6)$	$(3,4)$
	c	$(12,3)$	$(6,4)$	$(2,5)$

Die Stackelberg-Mengen $x^S = \left(x_1^S, x_2^S\right)$, wenn Unternehmen 1 Führer ist, lauten

❍ a) (a, d) ❍ d) (b, d) ❍ g) (c, d)

❍ b) (a, e) ❍ e) (b, e) ❍ h) (c, e)

❍ c) (a, f) ❍ f) (b, f) ❍ i) (c, f)

richtige Lösung: e)

Unternehmen 1 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2. Unternehmen 2 wählt f, falls Unternehmen 1 a wählt, weil $8 > 6, 3$. Unternehmen 2 wählt e, falls Unternehmen 1 b wählt, weil $6 > 5, 4$. Unternehmen 2 wählt f, falls Unternehmen 1 c wählt, weil $5 > 4, 3$. Somit kann Unternehmen 1 nur noch die Auszahlungen 1, 4, 2 erzielen, falls es a, b, c wählt. Da $4 > 1, 2$ wählt Unternehmen 1 b. Unternehmen 2 wählt folglich e. Somit lauten die Stackelberg-Mengen (b, e).

Alternative Lösung:

Unternehmen 1 antizipiert die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2. Diese lautet

$$x_2^R(x_1) = \begin{cases} f & \text{, falls } x_1 = a \\ e & \text{, falls } x_1 = b \\ f & \text{, falls } x_1 = c \end{cases},$$

weil $8 > 6, 3$ $(x_1 = a)$; $5 > 4, 3$ $(x_1 = b)$; $4 > 1, 2$ $(x_1 = c)$. Die reduzierte Gewinnfunktion von Unternehmen 1 lautet damit

$$\Pi_1^R(x_1) = \Pi_1(x_1, x_2^R(x_1)) = \begin{cases} 1 & \text{, falls } x_1 = a \\ 4 & \text{, falls } x_1 = b \\ 2 & \text{, falls } x_1 = c \end{cases}.$$

Gewinnmaximal für Unternehmen 1 ist demnach die Menge $x_1^S = b$. Unternehmen 2 wählt $x_2^S = x_2^R(x_1^S) = x_2^R(b) = e$.