

Klassiker der Nationalökonomie

FRANCIS YSIDRO EDGEWORTH:

DER “KERN” EINER TAUSCHWIRTSCHAFT UND
VOLLSTÄNDIGER WETTBEWERB

Werner Hildenbrand

11. Dezember 1997

1 Einleitung

Von den zahlreichen Beiträgen Edgeworth's zur Wirtschaftstheorie halte ich seine Analyse des Tauschhandels (barter) bei unvollständigem und vollständigem Wettbewerb für die mit Abstand größte und originellste Leistung. In der heutigen Terminologie würde man diesen Beitrag Edgeworth's als "Grenzwertsatz über den Kern einer Folge von Replika-konomen" formulieren. In den folgenden Ausführungen diskutiere ich ausschließlich diesen "Grenzwertsatz".¹

Die Tiefe und Originalität der Analyse von Edgeworth besteht in der expliziten Modellierung des Wettbewerbsgrades durch die *Anzahl* der Individuen, die an der Tauschwirtschaft teilnehmen. In einer Tauschwirtschaft mit endlich vielen Teilnehmern ist der Wettbewerb stets unvollständig; der Einfluss eines einzelnen Teilnehmers auf kollektives Handeln mag zwar klein sein, ist jedoch nicht völlig vernachlässigbar. Deshalb modelliert Edgeworth "vollständigen Wettbewerb" als eine asymptotische Eigenschaft einer *Folge* $(\mathcal{E}_n)_{n=1,2,\dots}$ von Tauschkonomen, \mathcal{E}_n , wobei die Anzahl der Teilnehmer an der Konomie \mathcal{E}_n mit zunehmendem n unbegrenzt wächst. "Vollständiger Wettbewerb" liegt also nur "im Limes" vor.

Der Begriff eines *Marktgleichgewichtes* einer Tauschkonomie (Walras) setzt implizit "vollständigen Wettbewerb" voraus, da bei diesem Gleichgewichtsbegriff unterstellt wird, da die Marktteilnehmer die Preise der Güter als gegeben ansehen, also davon überzeugt sind, diese nicht beeinflussen zu können. Für eine Konomie mit endlich vielen Teilnehmern, also für eine Tauschkonomie bei unvollständigem Wettbewerb, führte Edgeworth deshalb einen neuen Gleichgewichtsbegriff ein: die "final settlements". Diesen Gleichgewichtsbegriff nennt man in der heutigen Literatur den *Kern*. Im Gegensatz zum Marktgleichgewicht ist der Kern ein kooperativer Gleichgewichtsbegriff und ist ohne Bezug auf die Preise der Güter definiert. Eine solche Analyse des Tauschhandels nennt man im Englischen "barter", im Gegensatz zu "exchange", womit eine Analyse des Tauschhandels bei endogen bestimmten Preisen (Tauschverhältnissen) der Güter verstanden wird (Walras).

Edgeworth's "Grenzwertsatz" besagt, da bei "vollständigem Wettbewerb" diese beiden völlig verschiedenen Gleichgewichtsbegriffe – Marktgleichgewicht

¹Für eine ausgezeichnete Diskussion der frühen Beiträge von Edgeworth verweise ich auf P. Newman "Edgeworth" in *The New Palgrave* (1987).

und Kern – bereinstimmen.²

Ohne Zweifel wurde Edgeworth von seinen Zeitgenossen als ein sehr origineller Wirtschaftstheoretiker anerkannt. Die allgemeine Wertschätzung seiner wirtschaftstheoretischen Beiträge beruhte jedoch nicht auf dem oben genannten “Grenzwertsatz”. Ich glaube, es ist nicht bertrieben zu behaupten, da dieser uerst originelle Beitrag von keinem Konomen vor den Publikationen von Shubik (1959) und Debreu und Scarf (1963) in seiner vollen Tiefe verstanden wurde. Zum Beispiel schreibt Marshall in seiner Besprechung von *Mathematical Psychics* “This book shows clear signs of genius, and is a promise of great things to come”. Es folgt dann sein berühmter Satz: “It will be interesting, in particular, to see how far he succeeds in preventing his mathematics from running away with him, and carrying him out of sight of the actual facts of economics”.³ Aus der bekannten Kontroverse⁴ zwischen Marshall und Edgeworth (Hicks spricht von der “great controversy with Marshall”) geht eindeutig hervor, da Marshall den wesentlichen Punkt des “Grenzwertsatzes” von Edgeworth nicht verstanden hat. Auch Jevons (1881) rezensierte *Mathematical Psychics* und schrieb: “...an uncouth and even clumsy piece of literary work”. Keynes (1926) wie auch Bowley (1926) diskutieren in ihren Nachrufen auf Edgeworth seine Beiträge zur Wirtschaftstheorie und Statistik. Natürlich betonen sie die “Kontraktkurve”, jedoch erwähnen sie mit keinem Wort den “Grenzwertsatz”. Oder um ein Beispiel jüngerer Datums zu geben: In *Precursor in Mathematical Economics* von Baumol und Goldfeld (1968) sind zwei Auszüge aus *Mathematical Psychics* wiedergegeben, allerdings nicht die relevanten Seiten, in denen Edgeworth seinen “Grenzwertsatz” behandelt.

Warum haben die Wirtschaftswissenschaftler für eine so lange Zeit Edgeworth’s originellsten Beitrag nicht erkannt? Die bliche Antwort auf diese Frage ist, da der Grund hierfür in Edgeworth’s Art zu schreiben liegt. Zum Beispiel schreibt Schumpeter (1965) in seiner *Geschichte der konomischen Analyse* auf Seite 1014: “Drittens müssen wir die lange Reihe seiner Aufsätze über konomische Themen erwähnen, deren machtvolle Originalität, verborgen hinter altmodischer Darstellungsweise (die sicher nicht jedem so gut gefallen

²Die eleganteste und prägnanteste Analyse dieser Äquivalenz formulierte Auman (1964).

³Zitat aus Bowley (1934), p. 115.

⁴Siehe Marshall’s Brief vom 4. April 1891 [Marshall (1961), Vol. 2, p. 795] und die ausführliche Diskussion dieser Kontroverse von P. Newman (1990).

wie mir), nur von wenigen jemals richtig anerkannt worden ist. Was seine tatsächlich neuen Beiträge (Indifferenzkurven, Kontraktkurven, abnehmende Ertragszuwächse, totales Gleichgewicht usw.) zum analytischen Apparat der Volkswirtschaftslehre betrifft, so sind sie den *Principles* von Marshall ebenbürtig oder sogar überlegen.“ Oder Stigler (1957) schreibt in seinem Essay über “Perfect Competition, Historically Contemplated” (p.246): “...exposition deserves the closest scrutiny in spite of the fact that few economists of his time or ours have attempted to disentangle and uncover the theorems and conjectures of the *Mathematical Psychics*, probably the most elusively written book of importance in the history of economics”.⁵ Sogar Debreu und Scarf (1972) schreiben in ihrem Artikel “The Limit of the Core of an Economy”, in dem sie Edgeworth’s “Grenzwertsatz” diskutieren: “This fundamental result provided the first precise explanation of competitive behavior. Yet, it received little notice for many decades, to a large extent because of the way in which Edgeworth presented his ideas” (p. 283).

Sicherlich sind Teile von *Mathematical Psychics* schwer erfassbar⁶, und die Kritik über Edgeworth’s Schreibstil scheint gerechtfertigt zu sein. Es ist jedoch bemerkenswert, da die wichtigen und relevanten Teile, die die Formulierung und den Beweis des “Grenzwertsatzes” enthalten, zwar knapp, aber außerordentlich klar formuliert sind. Es ist nicht die Mathematik, die mit Marshall’s Worten “is running away with” Edgeworth, sondern seine Liebe zu den Klassikern. Die vielen Zitate in griechischer Sprache und so manche poetischen Formulierungen sind eher verwirrend als dem Verständnis dienend.

2 Edgeworth’s “Economical Calculus” (pp. 16-56)

In dem Kapitel “Economical Calculus” betrachtet Edgeworth eine Tauschkonomie und beginnt mit einigen Definitionen. Der Schlüssel zum Verständnis des Inhalts dieses Kapitels liegt in dem Begriff “Vertrag” (contract). Was ver-

⁵In dem gleichen Artikel behauptet Stigler, da “the proof of the need for indefinite numbers has serious weaknesses” und “Like all his descendants, he treats the small-number case unsatisfactorily”, p. 248. Wie wir sehen werden, sind beide Behauptungen nicht zutreffend.

⁶“(The)... strange but charming amalgam of poetry and pedantry, science and art, wit and learning, of which he had the secret”, Keynes (1926), p. 146.

steht Edgeworth unter einem Vertrag? Er definiert diesen Begriff an einem Beispiel (p. 17):

“A set of co-operatives (labourer, capitalists, manager) agreed nem. con. to distribute the joint-produce by assigning to each a certain function of his sacrifice. The articles of contract are in this case the amount of sacrifice to be made by each *and the principle of distribution.*”

Durch dieses Beispiel und insbesondere durch die Argumente auf den folgenden Seiten in *Mathematical Psychics*, zum Beispiel pp. 20, 27 oder 35, wird deutlich, was Edgeworth unter einem Vertrag versteht: Er betrachtet eine Gruppe (Koalition) von Teilnehmern der Tauschkonomie. Ein Vertrag zwischen den Individuen dieser Gruppe ist dann eine durchführbare Kollektion von Tauschvorschlägen. Das heißt, ein Vertrag zwischen den Mitgliedern einer Gruppe legt für jeden Teilnehmer fest, welche Mengen von den einzelnen Gütern im Tausch abgegeben werden, um gewisse Mengen anderer Güter dafür zu erhalten. Dabei muß die gesamte Menge jedes Gutes, die von den einzelnen Teilnehmern zum Tausch angeboten wird, gleich sein mit der gesamten Menge, die andere Individuen von diesem Gut nachfragen.

Um die wesentliche Idee klarzumachen, betrachtet Edgeworth dann ein einfaches Beispiel, nämlich zwei Tauschteilnehmer und zwei Güter (p. 28):

“To ... fix our thoughts, let us imagine a simple case – Robinson Crusoe contracting with Friday. The articles of contract: wages to be given by the white, labour to be given by the black.”

Edgeworth stellt dann einen *Tauschvorschlag* von Robinson Crusoe durch einen Punkt (x, y) in der “Tauschebene” dar. Robinson Crusoe bietet die Menge x des ersten Gutes im Tausch gegen die Menge y des zweiten Gutes an. Da Robinson Crusoe zu Anfang a Einheiten des ersten Gutes, jedoch nichts vom zweiten Gut besitzt, muß jeder Tauschvorschlag (x, y) von Robinson Crusoe folgende Bedingungen erfüllen: $0 \leq x \leq a$ und $0 \leq y$. Analoges gilt für Freitag. Ein Tauschvorschlag von Freitag ist wieder durch einen Punkt (x', y') in der “Tauschebene” dargestellt. Freitag bietet y' im Tausch gegen x' an. Da Freitag ursprünglich b Einheiten des zweiten Gutes und nichts vom

ersten Gut besitzt, mu wiederum gelten: $0 \leq x'$ und $0 \leq y' \leq b$. Offensichtlich mu man Punkte in der "Tauschebene" danach unterscheiden, ob sie einen Tauschvorschlag fr Robinson Crusoe (dargestellt durch ein Kreis) oder einen Tauschvorschlag fr Freitag (dargestellt durch ein Stern) beschreiben (vgl. Abb. 1).

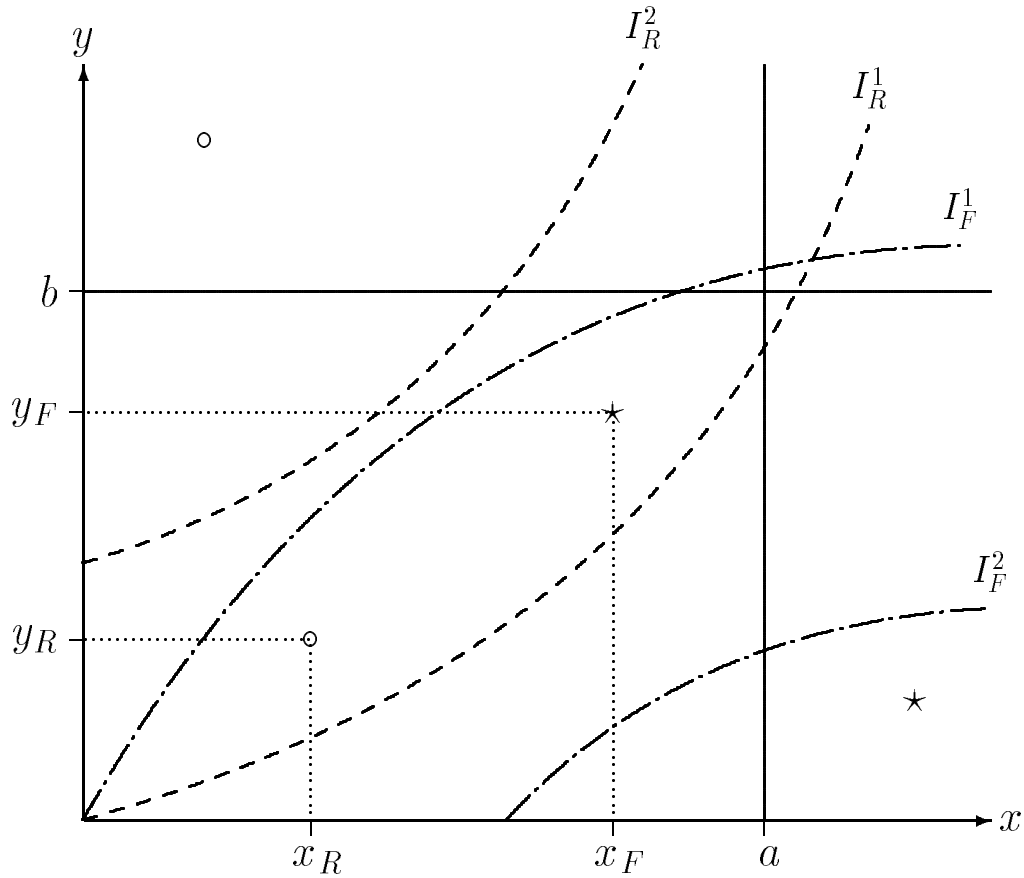


Abbildung 1: Tauschvorschle fr Robinson Crusoe \circ und Freitag \star .

Sicherlich zieht Robinson Crusoe den Tauschvorschlag (\bar{x}_R, \bar{y}_R) dem Tauschvorschlag (x_R, y_R) vor, falls $\bar{x}_R < x_R$ und $\bar{y}_R > y_R$, denn er mu weniger vom ersten Gut abgeben, um mehr vom zweiten Gut zu erhalten. Natrlich gibt es Tauschvorschle, die Robinson Crusoe als *quivalent* ansieht. Edgeworth geht nun davon aus, da fr jeden Tauschvorschlag (x, y) die Menge der zu (x, y) *quivalenten* Tauschvorschle eine Kurve bildet, die man *Indifferenzkurve* nennt. In Abbildung 1 sind, als Beispiel, zwei Indifferenzkurven I_R^1 und I_R^2 fr Robinson Crusoe durch eine gestrichelte Linie dargestellt. Robinson Crusoe zieht jeden Tauschvorschlag auf der Indifferenzkurve I_R^2 jedem

Tauschvorschlag auf der Indifferenzkurve I_R^1 vor. Analoges gilt für Freitag. Indifferenzkurven für Freitag sind in Abbildung 1 durch eine Punkt-Strich-Linie dargestellt. Freitag zieht jeden Tauschvorschlag auf der Indifferenzkurve I_F^2 jedem Tauschvorschlag auf der Indifferenzkurve I_F^1 vor. Die Form der Indifferenzkurven (konvex für Robinson Crusoe und konkav für Freitag) begründet Edgeworth durch geeignete Annahmen an die Ableitungen der zugrundeliegenden Nutzenfunktionen $U_R(a - x, y)$ und $U_F(x, b - y)$ für Robinson Crusoe bzw. Freitag.

Mit dieser geometrischen Darstellung von Tauschvorschlägen wird ein *Vertrag zwischen zwei Individuen* (ein Robinson und ein Freitag) durch zwei Punkte in der "Tauschebene" beschrieben, wobei (nach Definition eines Vertrages) die zwei Punkte (ein Tauschvorschlag für Robinson und ein Tauschvorschlag für Freitag) zusammenfallen müssen (vgl. Abb. 2).

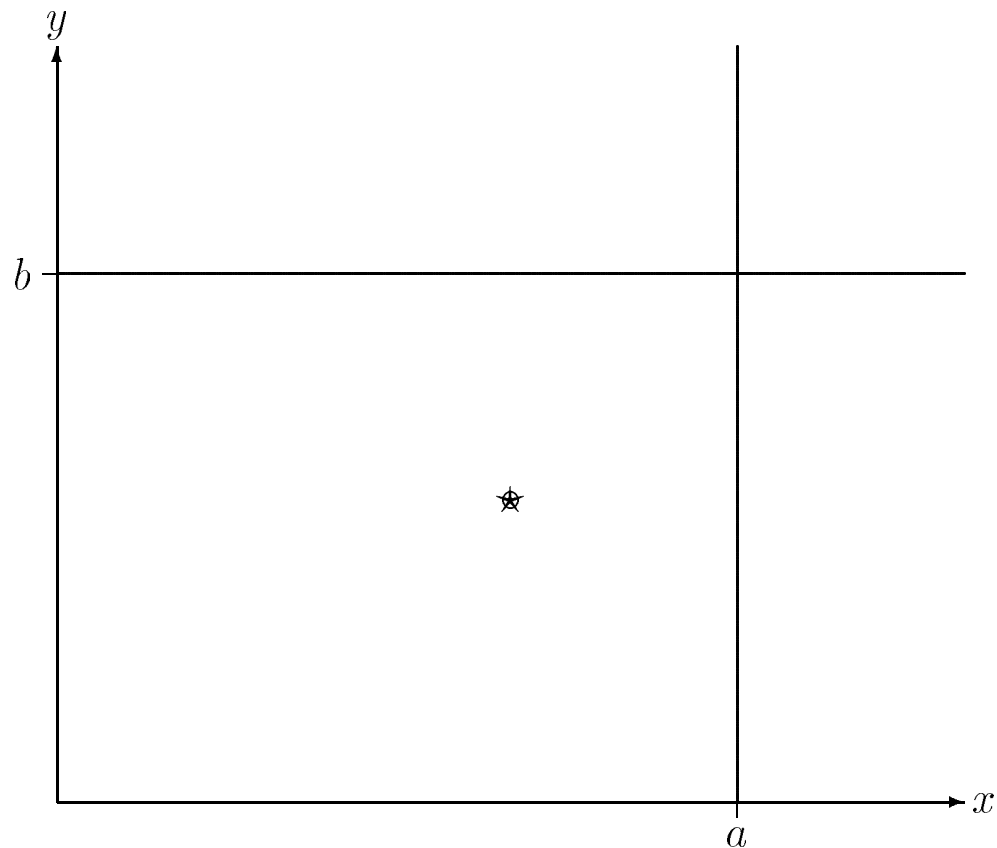


Abbildung 2: Vertrag zwischen zwei Teilnehmern: 1 Robinson, 1 Freitag.

Ein *Vertrag zwischen drei Individuen* (zwei Robinson Crusoe und ein Freitag) ist dann durch drei Punkte in der “Tauschebene” dargestellt, wobei die beiden Kreis-Vektoren sich zu dem Stern-Vektor aufsummieren (vgl. Abb. 3).

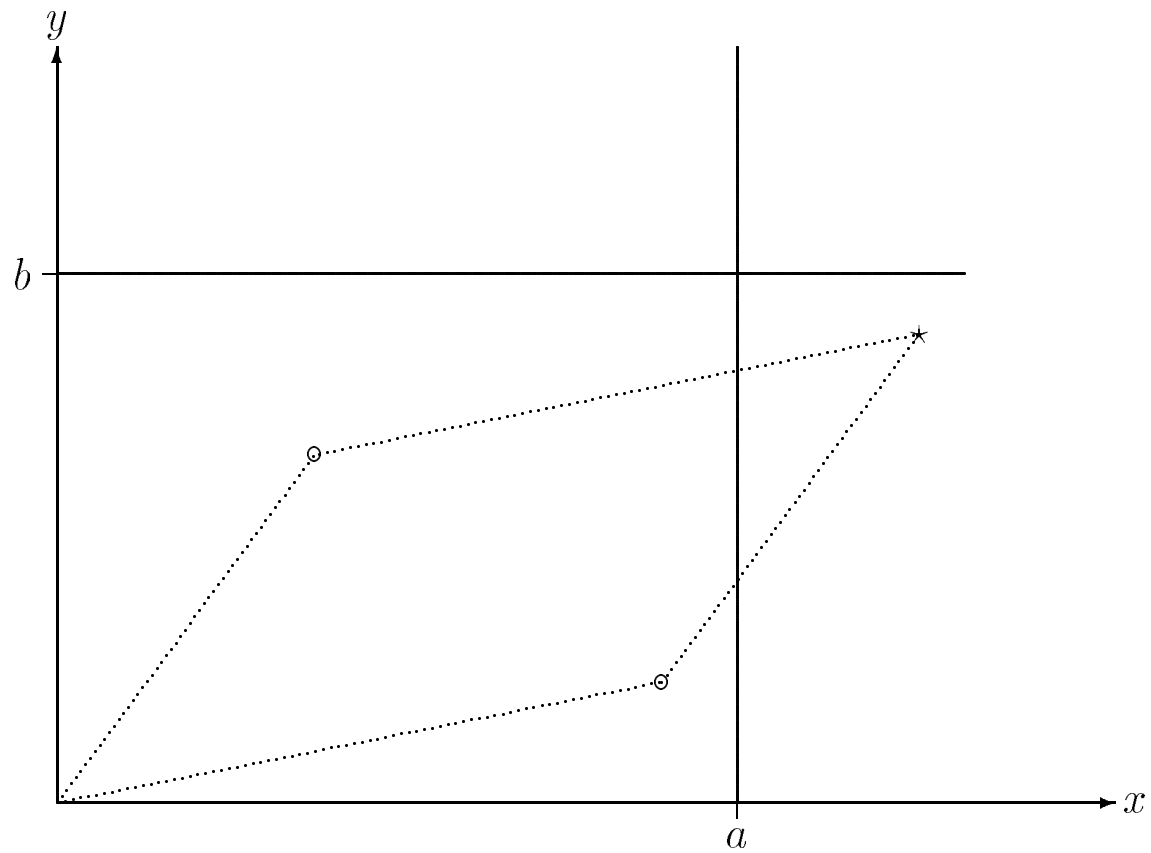


Abbildung 3: Vertrag zwischen drei Teilnehmern, 2 Robinson, 1 Freitag.

Ein *Vertrag zwischen vier Individuen* (zwei Robinson Crusoe und zwei Freitag) wird durch vier Punkte in der “Tauschebene” dargestellt, zwei Kreise und zwei Sterne, wie in Abb. 4.

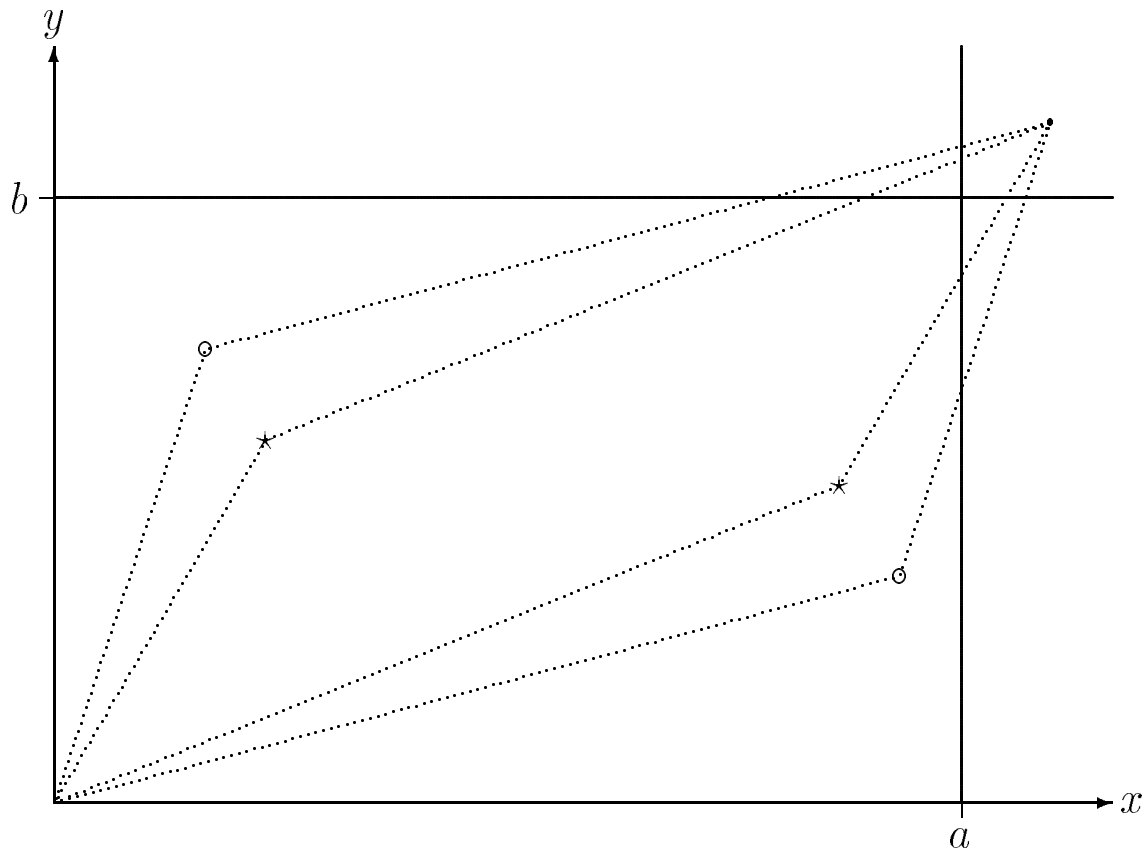


Abbildung 4: Vertrag zwischen 4 Teilnehmern, 2 Robinson, 2 Freitag.

Schließlich wird ein *Vertrag zwischen allen Teilnehmern der Tauschwirtschaft* (“the competitive field”) durch so viele Punkte, wie es Teilnehmer gibt, dargestellt, ein Kreis für jeden Robinson Crusoe und ein Stern für jeden Freitag, wobei die Summe der Kreis-Vektoren gleich der Summe der Stern-Vektoren ist.

Durch dieses Beispiel und die geometrische Darstellung eines Vertrages ist klar, was Edgeworth unter einem Vertrag zwischen Individuen einer Gruppe versteht. Damit werden folgende Definitionen einer *Vereinbarung* (settlement) und einer *endgültigen Vereinbarung* (final settlement) verständlich (pp. 19 und 20).

“A settlement is a contract which cannot be varied with the consent of all the parties to it.”

Eine formale Definition gibt Edgeworth auf S. 27: “In general let there be m contractors and n subjects of contract, n variables. Then the state of equilibrium [settlement] may be considered as such that the utility of any one contractor must be a maximum relative to the utilities of the other contractors being constant, or not decreasing.” Aus obigem und diesem Zitat geht eindeutig hervor, da ein Vertrag zwischen allen Teilnehmern einer Tauschwirtschaft eine *Vereinbarung* (settlement) genannt wird, falls es keinen anderen Vertrag zwischen allen Teilnehmern gibt, bei dem sich kein Teilnehmer verschlechtert und sich wenigstens ein Teilnehmer verbessert. Mit anderen Worten, ein Vertrag zwischen allen Teilnehmern ist eine Vereinbarung (settlement), falls im Vergleich zu jedem anderen Vertrag zwischen allen Teilnehmern sich notwendig einige Teilnehmer verschlechtern, wenn sich andere verbessern. In der heute allgemein akzeptierten Terminologie ist also eine Vereinbarung ein „Pareto-effizienter“ Vertrag, obwohl der Begriff der „Effizienz“ ganz offensichtlich zuerst von Edgeworth formuliert wurde.⁷

“A final settlement is a settlement which cannot be varied by recontract within the field of competition.”

Eine Vereinbarung (settlement) ist also eine *endgltige Vereinbarung* (final settlement), falls es keinen Vertrag zwischen einer Gruppe (Koalition) von Teilnehmern der Tauschkonomie gibt, bei dem sich alle Teilnehmer der Gruppe verbessern.

Jeder Vertrag zwischen allen Teilnehmern definiert eine durchfhrbare Gterallokation; dem Tauschvorschlag (x, y) von Robinson (bzw. Freitag) ordnet man das Gterbndel $(a - x, y)$ (bzw. das Gterbndel $(x, b - y)$) zu. Die Menge der Gterallokationen, die endgltigen Vereinbarungen zugeordnet sind, nennt man den *Kern* der Tauschkonomie.

Edgeworth’s Argumentationen beziehen sich stets auf Vertrge. In der heutigen Literatur bevorzugt man dagegen, die Gterallokationen zu betrachten.

⁷In einem Brief vom Januar 1882 (siehe *Lettere a Maffeo Pantaleoni*, herausgegeben von Gabriele de Rosa, Rom 1962) verweist Pareto auf Edgeworth’s *Mathematical Psychics*. In den relevanten Teilen seiner Bcher *Cours...* und *Manuel...*, wo Pareto seinen Effizienzbegriff einfhrt, zitiert er Edgeworth jedoch nicht.

Für das Robinson-Crusoe- und Freitag-Beispiel – Edgeworth's Beweisführung bezieht sich ausschließlich auf dieses Beispiel! – lässt sich jedoch, wie wir sehen werden, die Argumentation in Verträgen besonders einfach geometrisch darstellen.

Die allgemeinen Definitionen einer Vereinbarung (settlement) und einer endgültigen Vereinbarung (final settlement) lassen sich im Beispiel von Robinson Crusoe und Freitag in einer Zwei-Personen-konomie leicht geometrisch darstellen; denn es gibt in diesem Fall nur drei Koalitionen: die große Koalition, bestehend aus Robinson Crusoe und Freitag, und zwei Ein-Personen-Koalitionen, nämlich Robinson Crusoe bzw. Freitag.

Die Menge der Vereinbarungen (settlements) ist eine Kurve, die Edgeworth "contract-curve" nennt, p. 29 "...a sort of line, along which the pleasure-forces of the contractors are mutually antagonistic." Ein Vertrag zwischen Robinson Crusoe und Freitag, beschrieben durch einen Punkt in der "Tauschebene", liegt also auf der Kontraktkurve, falls sich die beiden Indifferenzkurven in diesem Punkt tangieren, vgl. Abb. 5. Die endgültigen Vereinbarungen (final settlements) sind ein Teil der Kontraktkurve, denn Robinson Crusoe bzw. Freitag würden einer Vereinbarung nur zustimmen, wenn sie sich bei dieser Vereinbarung gegenüber ihrer Stellung vor dem Tausch nicht verschlechtern (vgl. Abb. 5).

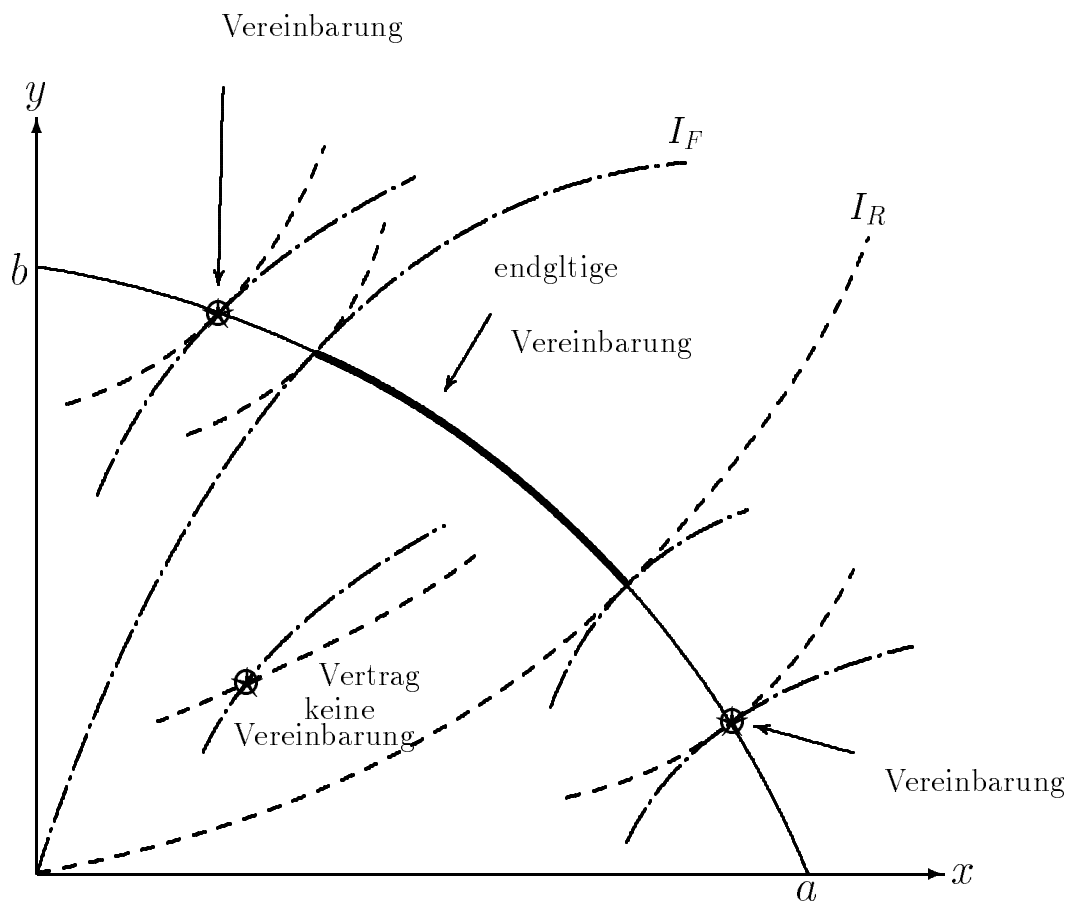


Abbildung 5

Egdeorth's geometrische Darstellung der Vereinbarungen und endgültigen Vereinbarungen in der "Tauschebene" ist in Abb. 6 wiedergegeben.

Leider ist Edgeworth's Figure etwas verwirrend. Die beiden Kurven durch den Ursprung und den Punkt $\eta\xi$ auf der Kontraktkurve sind keine Indifferenzkurven, obwohl sie wie die beiden Indifferenzkurven (die eine durch $y_0\xi_0$, die andere durch η_0x_0) gestrichelt bzw. Punkt-gestrichelt gezeichnet sind. Ganz offensichtlich kann es sich hierbei nicht um Indifferenzkurven handeln, da sie sich sonst im Punkte $\eta\xi$ tangieren mten, was Edgeworth ausdrcklich auf S. 38 sagt. Ferner knnten sie nicht durch den Ursprung der "Tauschebene" gehen, da sich sonst die Indifferenzkurven von Robinson Crusoe bzw. Freitag schneiden wrden. Bei den beiden Kurven durch $\eta\xi$ handelt es sich um Angebotskurven⁸, die fr den Beweis des "Grenzwertsatzes" irrelevant sind.

⁸vgl. auch P. Newman (1965) und J. Creedy (1986).

Figure 1, *Mathematical Psychics*, p. 28.

Abbildung 6

Mit diesen Angebotskurven soll lediglich gezeigt werden, da die durch den Punkt $\eta\xi$ beschriebene Vereinbarung zu einem Marktgleichgewicht geht. Für die folgende Beweisführung ist es jedoch wichtiger zu betonen, da die gemeinsame Tangente an die Indifferenzkurven in dem Punkt $\eta\xi$ durch den Ursprung der “Tauschebene” geht. Dies folgt aus der Definition eines Marktgleichgewichts. Im folgenden werde ich deshalb die Figure 1 von Edgeworth ohne diese beiden Kurven zeichnen.

Jetzt kommt der entscheidende Schritt in Edgeworth’s Analyse. Er geht von einer Zwei-Personen-konomie zu einer replizierten *Vier*-Personen-konomie über.

“... let us now introduce a second X [Robinson Crusoe] and a second Y [Freitag]; so that the field of competition consists of two X s and two Y s. And for the sake of illustration (not of the argument) let us suppose that the next X has the same requirements, the same nature as the old X ; and similarly that the new Y is equal-natured with the old.

Then it is evident that there cannot be equilibrium [final settlement] unless (1) all the field is collected at one point; (2) that point is on the *contract-curve*. For (1) if possible let one couple be at one point, and another couple at another point. It will generally be the interest of the *X* of one couple and the *Y* of the other to rush together, leaving their partners in the lurch. And (2) if the common point is not on the contract-curve, it will be the interest of *all parties* to descend to the contract-curve.” (p. 35)

In der Tat, die Behauptungen (1) und (2) sind offensichtlich, wenn man Abb. 7 betrachtet. Ein Vertrag zwischen vier Individuen wird durch vier Punkte in der “Tauschebene” dargestellt, zwei Kreise und zwei Sterne. In einer Situation wie in Abb. 7 gibt es offensichtlich einen Vertrag zwischen *einem* Robinson Crusoe und *einem* Freitag, der durch zwei zusammenfallende Punkte dargestellt wird, derart, da dieser Vertrag von beiden vorgezogen wird. Jeder Punkt in der schraffierten Fläche beschreibt einen solchen Vertrag zwischen einem Robinson und einem Freitag. So kann man zum Beispiel das Mittel der beiden Kreise und das Mittel der beiden Sterne wählen. Diese beiden Mittel stimmen notwendig überein und bilden folglich einen Vertrag zwischen einem Robinson Crusoe und einem Freitag, der in der schraffierten Fläche liegt.

Also müssen die vier Punkte in der “Tauschebene”, die eine endgültige Vereinbarung (final settlement) zwischen den vier Individuen darstellen, zusammenfallen. Dies beweist Edgeworth’s Behauptung, da “all the field is collected at one point”, wenn der Vertrag eine endgültige Vereinbarung ist. Hieraus folgt nun unmittelbar die Behauptung (2).

Das gleiche Argument zeigt auch, dass für einen Vertrag zwischen n Robinson Crusoe und n Freitag, der eine endgültige Vereinbarung (final settlement) ist, “... all the field [die n Punkte und die n Sterne in der “Tauschebene”] is collected at one point [which]... is on the contract-curve.” Es ist wichtig zu bemerken, dass für diese Folgerung die Konomie aus gleich vielen Robinson Crusoe wie Freitag besteht, denn nur in diesem Fall kann man sicherstellen, dass die schraffierte Fläche in Abb. 7 nicht leer ist. Edgeworth’s Proposition (1) impliziert nun, dass für eine endgültige Vereinbarung (final settlement) die Tauschvorschläge für die n Robinson Crusoe (respektive die n Freitag) die

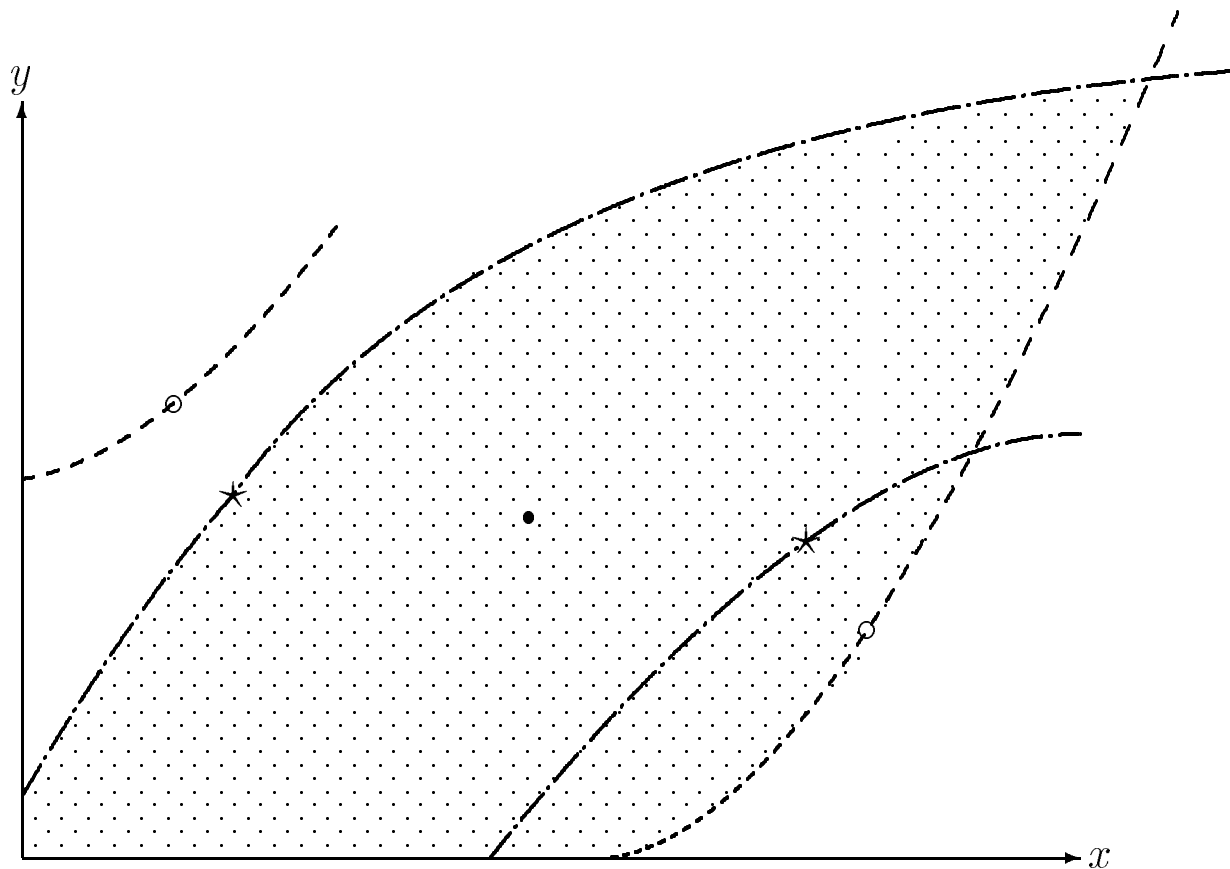


Abbildung 7

gleichen sind. Also bewies Edgeworth, was man in heutiger Terminologie wie folgt formuliert: “Alle Individuen des gleichen Typs erhalten das gleiche Güterbündel”. Sicherlich kann man nicht behaupten, da diese letztere Formulierung präziser sei als Edgeworth’s Behauptungen (1) und (2). Dies setzt allerdings voraus, da ein Vertrag zwischen vier Individuen durch vier Punkte in der “Tauschebene” dargestellt wird, wie Edgeworth es für sein Robinson-Crusoe- und Freitag-Beispiel vorschlägt. Falls man jedoch in einer konventionellen “Edgeworth-Box”⁹ argumentiert, also Güterallokationen und nicht Verträge betrachtet, dann scheint Edgeworth’s Formulierung in der Tat schwer erfassbar.

Nach diesem vorbereitenden Schritt zeigt Edgeworth wiederum mit großer Klarheit, da die Menge der endgültigen Vereinbarungen einer Vier-Personenökonomie *echt* enthalten ist in der Menge der endgültigen Vereinbarungen einer

⁹Die “Edgeworth-Box”, wie sie heute dargestellt wird, wurde zum ersten Mal von Pareto gezeichnet. Vgl. Abb. 10 in Pareto’s *Manuel D’Economie Politique* (1909), p. 355.

Zwei-Personen-konomie.

“The points of the contract-curve in the immediate neighbourhood of the limits $y_0\xi_0$ and η_0x_0 cannot be final settlements. For if the system be placed at such a point, say lightly north-west of $y_0\xi_0$, it will in general be possible for one of the Y s (without the consent of the other) to recontract with the two X s, so that for all those three parties the recontract is more advantageous than the previously existing contract. For the right line joining the origin to (the neighbourhood of) $y_0\xi_0$ will in general lie altogether within the indifference-curve drawn from the origin to $y_0\xi_0$.” (p. 35)

Edgeworth's Beweisführung wird unmittelbar einsichtig, wenn ich in seiner Abbildung 1 die Indifferenzkurven durch den Punkt $y_0\xi_0$ zeichne, vgl. Abb. 8.

Abbildung 8

Der Stern (x', y') auf der Geraden durch den Ursprung der “Tauschebene” und den Punkt $y_0\xi_0$ beschreibt einen Tauschvorschlag für Freitag, den er dem Tauschvorschlag $y_0\xi_0$ vorzieht, da der Stern unterhalb der Indifferenzkurve von Freitag liegt, die durch den Punkt $y_0\xi_0$ geht. Der Kreis $(x'/2, y'/2)$

beschreibt einen Tauschvorschlag für Robinson Crusoe, den er dem Tauschvorschlag $y_0\xi_0$ vorzieht, da der Kreis oberhalb der Indifferenzkurve von Robinson Crusoe liegt, die durch den Punkt $y_0\xi_0$ geht. Also gibt es einen Vertrag zwischen *zwei* Robinson-Crusoe und *einem* Freitag, der von allen drei Teilnehmern dem Vertrag (y_0, ξ_0) vorgezogen wird, denn es gilt $(x'/2, y'/2) + (x'/2, y'/2) = (x', y')$. Folglich ist die Vereinbarung $y_0\xi_0$ auf der Kontraktkurve keine endgültige Vereinbarung der Vier-Personen-Tauschkonomie.

Obwohl die Menge der endgültigen Vereinbarungen einer Vier-Personenkonomie echt in der Menge der endgültigen Vereinbarungen einer Zwei-Personenkonomie enthalten ist, ist nach wie vor das Tauschergebnis unbestimmt, da es noch unendlich viele endgültige Vereinbarungen gibt. Edgeworth betrachtet deshalb eine *dreifach* replizierte Robinson-Crusoe- und Freitag-konomie.

“If now a *third* X and third Y (still equal-natured) be introduced into the field, the system can be worked down to a point ξ_3y_3 ; whose conditions are obtained from those just written by substituting for $x'/2, y'/2; 2x'/3, 2y'/3$. For this represents the last point at which 2 Ys can recontract with 3 Xs with advantage to all five.” (p.37)

Wiederum ist die Beweisführung unmittelbar einsichtig, wenn man in Abb. 8 durch einen Punkt in der Nähe von $y_2\xi_2$ die Indifferenzkurven von Robinson Crusoe und Freitag zeichnet. Es ist nun klar, wie man vorzugehen hat, um Edgeworth's "Grenzwertsatz" zu beweisen: *Ein Punkt auf der Kontraktkurve, der kein Marktgleichgewicht beschreibt, kann keine endgültige Vereinbarung einer hinreichend großen replizierten Konomie sein.*

Die Menge der endgültigen Vereinbarungen einer n -fachen Replika-konomie ist durch ein Segment auf der Kontraktkurve dargestellt. Es bleibt also zu zeigen, da dieses Segment auf die Menge der Marktgleichgewichte schrumpft, falls n beliebig groß wird. Wählt man also einen Punkt (x, y) auf der Kontraktkurve, der kein Marktgleichgewicht beschreibt, dann erhält man eine Situation, wie sie in Abbildung 9a oder 9b dargestellt ist. Da der Punkt (x, y) kein Marktgleichgewicht beschreibt, schneidet die Gerade durch den Ursprung der "Tauschebene" und den Punkt (x, y) die Indifferenzkurven von Robinson Crusoe bzw. Freitag, die durch den Punkt (x, y) gehen, vgl. Abb. 9.

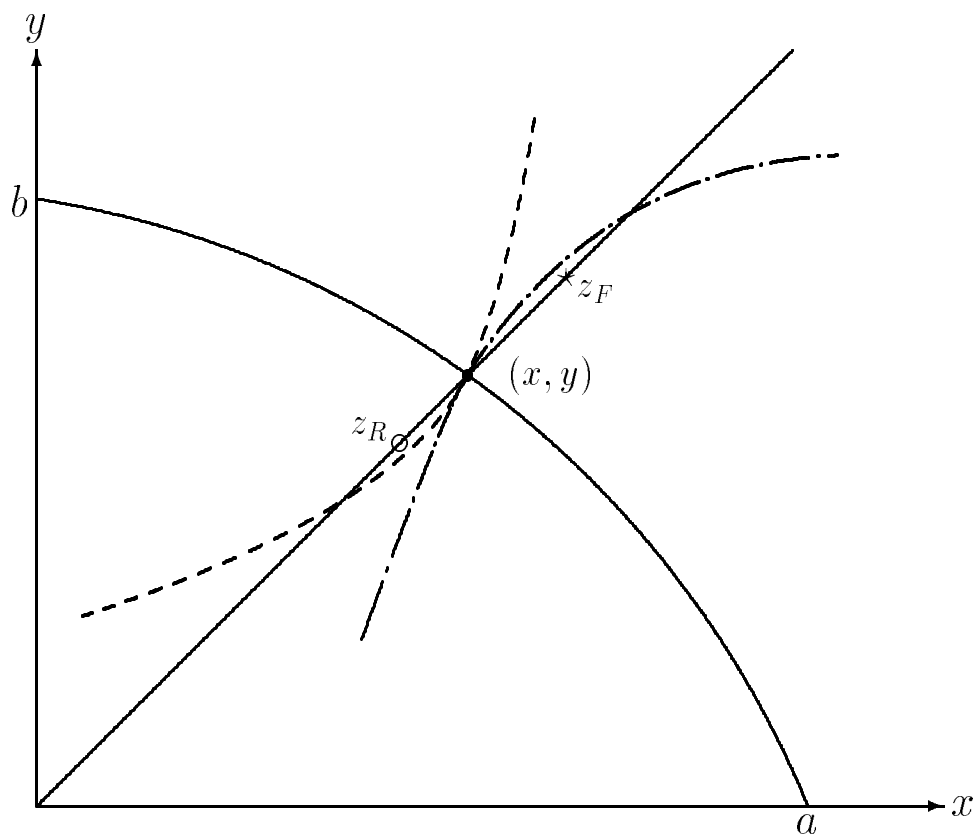


Abbildung 9a

Es genügt, den Fall 9a zu betrachten. Dann gibt es einen Vertrag zwischen n Robinson Crusoe und $n - 1$ Freitag, der von allen dem Vertrag (x, y) vorgezogen wird. In der Tat, es gibt einen Tauschvorschlag z_R für Robinson Crusoe (dargestellt durch einen Kreis auf der Geraden durch den Ursprung und (x, y) , der oberhalb der Indifferenzkurve von Robinson Crusoe liegt) und einen Tauschvorschlag z_F für Freitag (dargestellt durch einen Stern auf der Geraden, der unterhalb der Indifferenzkurve von Freitag liegt), die von beiden dem Vertrag $y\xi$ vorgezogen werden, so da gilt: $n \cdot z_R = (n - 1) \cdot z_F$. Der Tauschvorschlag z_R für die n Robinson Crusoe und der Tauschvorschlag z_F für die $n - 1$ Freitag bilden also einen Vertrag, den alle Teilnehmer dem Vertrag (x, y) vorziehen. Folglich ist die Vereinbarung (x, y) keine endgültige Vereinbarung. Damit ist der oben formulierte Grenzwertsatz bewiesen. Für die Richtigkeit dieser Behauptung muß eventuell n sehr groß gewählt werden, da der Tauschvorschlag z_R je nach Form der Indifferenzkurven sehr nahe bei (x, y) liegen kann.

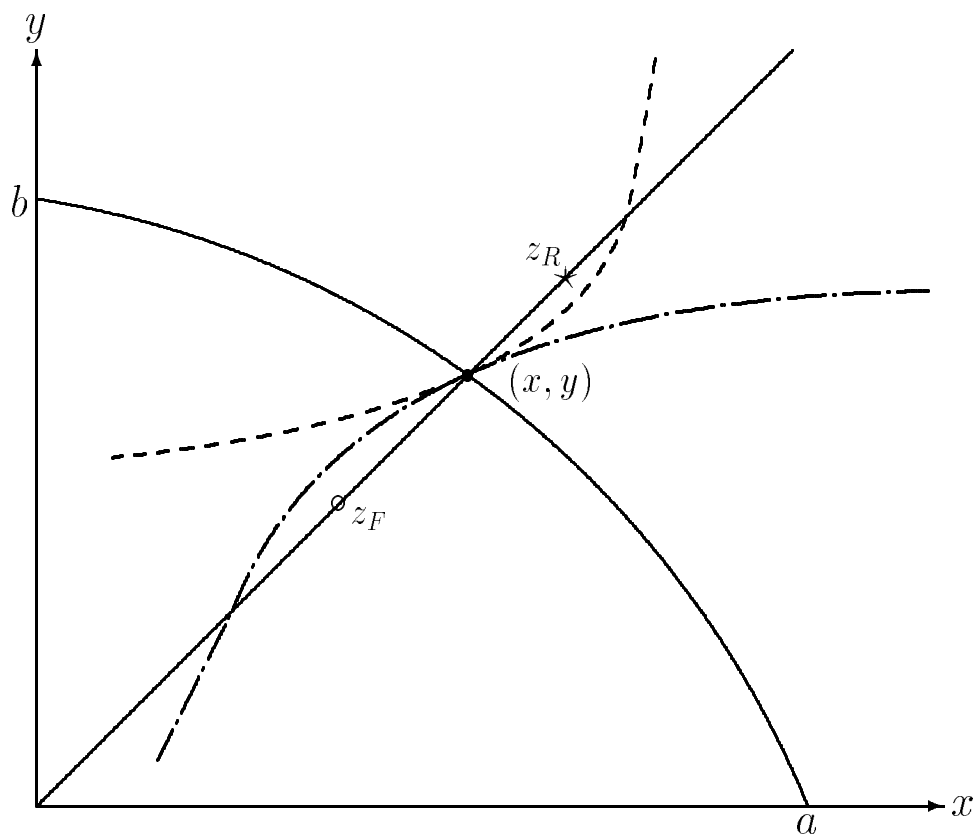


Abbildung 9b

Für eine Folge von Replika-konomen mit zwei Typen (Robinson Crusoe und Freitag) und zwei Gütern gab Edgeworth also einen vollständigen Beweis für folgende Behauptungen (p. 20):

- (α) “Contract without competition is indeterminate”,
da es für eine endliche Replika-konomie stets unendlich viele endgültige Vereinbarungen gibt.
- (γ) “Contract with more or less competition is less or more indeterminate”,
da die Menge der endgültigen Vereinbarungen einer n -fachen Replika-konomie echt enthalten ist in der Menge der endgültigen Vereinbarungen einer m -fachen Replika-konomie, falls m kleiner als n .
- (β) “Contract with *perfect* competition is perfectly determinate”.

Diese Behauptung ist ohne Einschränkung nicht haltbar. Wenn, wie Edgeworth vorschlägt, völlige Bestimmtheit des Tauschergebnisses bedeutet, da es nur eine endgültige Vereinbarung gibt, dann gilt die Folgerung nur, wenn

das Marktgleichgewicht eindeutig bestimmt ist. Sicherlich hat Edgeworth immer nur diesen Fall betrachtet. Obwohl er, wie die Fußnote auf Seite 46 zeigt, von der theoretischen Möglichkeit mehrfacher Marktgleichgewichte sehr wohl wußte. Wenn jedoch völlige Bestimmtheit des Tauschergebnisses lediglich bedeutet, daß es ein Preissystem gibt, das die endgültige Vereinbarung dezentralisiert, dann ist die Folgerung von Edgeworth, wie formuliert, korrekt.

Für Verallgemeinerungen von Edgeworth's Grenzvermutungen auf allgemeine Tauschkonomeien verweise ich auf Debreu und Scarf (1963), Aumann (1964), Hildenbrand (1974, 1982 und 1987) und die dort zitierte Literatur.

Literatur

- Aumann, R. (1964) : Markets with a Continuum of Traders; *Econometrica* 32, pp. 39-50.
- Baumol, W. J. und Goldfeld, S. M. (1968) : *Precursors in Mathematical Economics: An Anthology*; London: The London School of Economics and Political Science.
- Bowley, A. L. (1934) : Francis Ysidro Edgeworth; *Econometrica* 2, pp. 113-124.
- Creedy, J. (1986) : *Edgeworth and the Development of Neoclassical Economics*; Oxford:Blackwell.
- Debreu, G. und Scarf, H. (1963) : A Limit Theorem on the Core of an Economy; *International Economic Review* 4, pp. 235-46.
- Debreu, G. und Scarf, H. (1972) : The Limit of the Core of an Economy; in C. B. McGuire, and R. Radner (eds), *Decision and Organization*, Amsterdam: North-Holland, pp. 283-295.
- Edgeworth, F.Y. (1881) : *Mathematical Psychics*; London: C. Kegan Paul.
- Hildenbrand, W. (1974) : *Core and Equilibria of a Large Economy*; Princeton: Princeton University Press.
- Hildenbrand, W. (1982) : Core of an Economy; in *Handbook of Mathematical Economics, Vol II*, K. Arrow and M. D. Intriligator (eds), Amsterdam: North-Holland, pp. 832-877.
- Hildenbrand, W. (1987) : Core; in *The New Palgrave*, Edwell, J., M. Milgall, P. Newmann (eds), Vol. 1, pp. 666-670.
- Jevons, W. S. (1881) : Review of Mathematical Psychics; *Mind* 6, 581-3.

- Keynes, J. M. (1926) : Francis Ysidro Edgeworth; in *The Economic Journal*.
- Marshall, A. (1961) : *Principles of Economics*; Ninth (Variorum) Edition, Vol 2.
- Newman, P. (1965) : *The Theory of Exchange*; Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.
- Newman, P. (1987) : Edgeworth; in *The New Palgrave*, Edwell, J., M. Milgall, P. Newmann (eds), Vol. 1, pp. 84-98.
- Newman, P. (1990) : *The Great Barter Controversy*; in: Centenary Essays on Anfred Marshall, edited by J.K. Whitaker. Cambridge University Press.
- Pareto, V. (1896/97) : *Cours d'Economie Politique*; Vol. 1 (1896) and Vol. 2 (1897), Pichon, Paris.
- Pareto, V. (1909) : *Manuel d'Economie Politique*; Giard and E. Brière, Paris.
- Rosa, Gabriele de (Hrsg.) (1962) : *Lettere a Maffeo Pantaleoni*; Rom.
- Schumpeter, J. A. (1965) : *Geschichte der konomischen Analyse, II*; Gttingen: Vandenhoeck & Rubrecht.
- Shubik, M. (1959) : Edgeworth Market Games; in: *Contributions to the Theory of Games, Vol. IV*, A.W. Tucker and R. D. Luce (eds.), *Annals of Mathematics Studies No. 40*, Princeton: Princeton Univesity Press.
- Stigler, G. J. (1957) : Perfect Competition, Historically Contemplated; in *Journal of Political Economy* 65, pp. 1-17.
- Vind, K. (1986) : Exchange Equilibrium; in: *Contributions to Mathematical Economics, in Honor of G. Debreu*; W. Hildenbrand and A. Mas-Colell (eds), Amsterdam: North-Holland, pp. 431-439.