Walther L. Fischer

Mathematik und Ethnomathematik: Globalität und Globalisierung in der Geschichte der Mathematik

0. Vorbemerkungen

Die nachfolgenden Ausführungen zum Themenkreis der Tagung sollen am Beispiel der Mathematik darauf hinweisen, dass es Globalisierung und Fremdheit auch im Bereich der Wissenschaft bzw. der Wissenschaftsgeschichte gibt. Wir sprechen dabei nicht von der gegenwärtigen Situation und den zukünftigen Erscheinungen im Prozeß der Globalisierung der Wissenschaft. Unsere Anmerkungen zum Thema der Tagung sind vielmehr beispielhaft der geschichtlichen Entwicklung der Mathematik in verschiedenen Zeiten und Kulturen gewidmet.

1. Begriffliche Differenzierungen

1.0 Meine *These* ist: *Neben Fremdheit gibt es und gab es in der Mathematikgeschichte in den verschiedenen Kulturen auch Unterschiedlichkeiten, gab es seit je neben Globalisierung auch Globalität.*

Zunächst haben wir also begrifflich zu differenzieren: Wir haben (1) den jeweiligen ***zeitlich und räumlich lokalen Wissensstand*** zu trennen (2) von ***Globalität*** als einem Zustand weltweiter Konformität und Uniformität und diese (3) von der ***Globalisierung*** als einem Prozeß, der schließlich zur weltweiten Verbreitung von Wissen und Können führt.

Auch den Begriff bzw. die Erscheinung der ***Fremdheit*** müssen wir verfeinern. Fremdheit ist ein Relationalbegriff, ist nicht ohne die Gegenbegriffe ***Vertrautheit*** und ***Unterschiedlichkeit*** zu denken.

1.2 Im folgenden diskutieren wir zunächst und vornehmlich die Erscheinung der weltweiten Konformität im grundlegenden mathematischen Wissen, apostrophieren im Zusammenhang mit unserem Themenkreis naturgemäß im wesentlichen nur die sog. elementare Mathematik, also die Arithmetik und die elementare Geometrie. Die Berücksichtigung der weltweiten Geschichte der höheren Mathematik in den verschiedenen Teildisziplinen der Algebra, den verschiedenen axiomatischen Geometrien, der analytischen Geometrie, der Analysis, der Differentialgeometrie, der Topologie, der Wahrscheinlichkeitsrechnung usw. würde den Rahmen eines kurzen Aufsatzes sprengen. Die wissenschaftliche Behandlung der verschiedenen Themen ist in der Geschichte einerseits von lokalen und zeitlichen theoretischen Unterschiedlichkeiten und damit andererseits von nachfolgenden Globalisierungsprozessen bestimmt. Globalität und Globalisierung überschieben sich im historischen Prozeß der Mathematik und der Ethnomathematik mit zeitlicher Phasenverschiebung. Wir werden darauf nur exemplarisch hinweisen können.

1.3 Bezüglich der Mathematik unterscheiden wir zunächst (1) ***begriffliche Inhalte*** wie Zahlbegriffe, Rechenoperationen und Rechenmethoden und die Gebilde der elementaren Geometrie von (2) ihrer jeweiligen ***sprachlichen Darstellung*** vor Ort, (3) spezieller von den jeweiligen Bezeichnungsweisen, Schreibweisen, Darstellungsweisen der Gehalte und (4) von den ***logischen und philosophischen Grundlagen*** der betreffenden mathematischen Gegenstände/Theorien in der Geschichte der Mathematik.

2. Fundamentalien

2.0 Im folgenden werden wir einige Tatsachen aus der Geschichte der Mathematik zugleich mit dem Themenkreis des Mathematikunterrichts zusammenbinden. Dabei werden wir zunächst weniger auf die Entwicklung mathematischer Ideen im Zeitenlauf verweisen, sondern vor allem die Existenz von ***Invarianten*** aufweisen, die sich im Kulturvergleich, z.B. speziell in Rechenbüchern, erkennen lassen. Diese Invarianten werden wir aus kognitiver Sicht auch ***Fundamentalien*** nennen.

Es gibt ein Basiswissen in der Mathematik, das auf Fundamentalien beruht, die ihrerseits durch physikalische und kognitive Universalien im Zusammenhang mit der Lebensbewältigung des Menschen bestimmt sind. Gäbe es im Strom der Erkenntnisentwicklungen nicht Invarianten/ Fundamentalien, und zumindest über gewisse Zeiten hin anthropologische Konstanten, wie sollte dann in der Geistesgeschichte eine Wissens-kumulation möglich geworden sein!

2.1 "Fundamental" können wir (1) zunächst gewisse Inhalte (Stoffe und Ziele) des Mathematikunterrichts nennen, die seit je und noch immer Grundelemente der Mathematik und des mathematischen Unterrichts waren und sind. Fundamentale Gegenstände, insbesondere fundamentale mathematische Gegenstands- und Relationalbegriffe des Mathematikunterrichts gehören konkreten mathematischen Mutterstrukturen an, d.h. sie gehören zu den elementaren Teilen der Mathematik, zur Arithmetik der natürlichen Zahlen, zur elementaren Geometrie. Solche Inhalte oder Stoffe sind in den meisten Fällen auch die Lernziele in den unteren Klassen unserer Schulen.[1]

Daneben gibt es (2) fundamentale Methoden. Sie sind fundamental deshalb zu nennen, weil sie in gleicher Weise wie die fundamentalen Begriffe mathematische Grundmethoden der elementaren Mathematik darstellen, einfache Algorithmen und auch einfache Beweis- oder Begründungsstrukturen sind.

3. Globale Inhalte

3.0 In den frühen Kulturen, in Mesopotamien, in Ägypten, in Griechenland, in China – um nur einige Orte und Zeiten anzusprechen – entwickelt sich das Wissen in Arithmetik und elementarer Geometrie weitgehend unabhängig voneinander (d.h. unabhängig von geographischer Region und Zeit) und ist damit letztlich global konform. Um nur ein Beispiel zu nennen: $2 \times 2 = 4$ gilt – wenn auch in unterschiedlichen Sprachformen – seit alters und überall.

3.1 Um es aber besonders zu betonen: Neben Konformität und Globalität gibt es, gab es auch immer Unterschiedlichkeiten und Fremdheiten zwischen verschiedenen Kulturen in verschiedenen Zeiten. Sie sind bedingt durch die je unterschiedliche sprachliche Darstellung der Inhalte und das damit verbundene jeweils unterschiedliche sprachliche und philosophische Weltbild.

3.2 Zur Konkretisierung und Verdeutlichung unserer Thesen beschränken wir uns im wesentlichen exemplarisch auf einen Vergleich der sachlichen und historischen Situation im Fernen Osten und bei uns, und zwar mit einem

[1] Man sollte die unterrichtlich-fundamentalen Begriffe unterscheiden von den Grundbegriffen der axiomatisch begründeten Teildisziplinen (vgl. *Fischer, W.L. 1990 / 1996, 39ff.).*

Vergleich zweier Rechenbücher aus verschiedenen Zeiten. Die Konformität bzw. die Globalität der Themen und Inhalte reicht in mehrfacher Hinsicht über Zeiten und Räume hinweg bis in wörtliche Übereinstimmungen, ja sogar bis in die Mathematiklehrpläne der Gegenwart.

4. Zwei Rechenbücher aus Fernost und dem Westen im Kulturvergleich[2]

4.1 Zwei Rechenbücher aus China und Deutschland

Als ein Beispiel für Rechenbücher aus Fernost wählen wir ein altes chinesisches Rechenbuch. Es handelt sich um das älteste (bekannte) und wohl bedeutendste Rechenbuch der chinesischen Mathematikgeschichte,

> das ***Jiuzhang Suanshu, "Neun Kapitel arithmetischer Technik"***
> aus der frühen *HAN*-Zeit (ca. 150 v.Chr.),

das in der (auch philologisch) hervorragenden deutschen Ausgabe von Kurt Vogel (1968) verfügbar ist. Das Jiuzhang Suanshu ist eine Sammlung von 246 Aufgaben mit Lösungsmethoden. (*Li, Y. /Du, Sh. 1987, 33-56; Ho, P. 1985, 63-65;71-80; Gericke, H. 2004, 172-180; Vogel, K. 1968; Zhong, Sh. 1982*).

Für den Westen, für Deutschland, wählen wir exemplarisch das zweite Rechenbuch von

> ***Adam Ries*** (1492-1559), "***Rechnung auff der Linihen und Federn***..."
> von 1522,

das in einer modernen kommentierten Textfassung vorliegt (*Deschauer, S. 1992*; nach *Ries, A. 1522/1991; 1574*). Für unsere komparative Studie diene es gewissermaßen als vertraute Meßlatte, stehe es stellvertretend auch als Prototyp für viele weitere Autoren und Rechenbücher am Beginn der Neuzeit im Westen. Das Rechenbuch von Adam Ries ist "eine Sammlung von gefälligen und ungemein praktischen Aufgaben aus verschiedenen Bereichen des Wirtschaftslebens" (*Deschauer, S. 1992, 4*), von Preisberechnungen für Waren. Eine, wenn nicht die zentrale Methode ist dabei der Dreisatz.

[2] Eine ausführliche Darstellung für mehrere Beispiele, auch unter Einbeziehung

4.2 Die frühen Rechenbücher als Unterrichtstexte

4.2.1 Die zitierten Rechenbücher dienten als Aufgabensammlungen in irgend einer Form dem Unterricht, meist zur Unterstützung der mündlichen Unterweisung, weniger dem Selbstunterricht. Das Jiuzhang Suanshu wurde ursprünglich zur Unterrichtung der Prinzen, in späteren Jahrhunderten zur Unterrichtung von Beamten und Ingenieuren verwendet. Die Klientel der späteren Autoren und Texte waren Kaufleute, Handwerker, Ingenieure, Verwaltungsbeamte.

4.2.2 Schon ein erster Blick auf die Inhaltsverzeichnisse der Rechenbücher zeigt signifikant viele Übereinstimmungen in mathematischen Gehalten, in Themen, Aufgabenstellungen und Methoden.

Die Themen der Aufgaben betreffen alle zu ihrer Zeit relevanten Bereiche des praktischen Alltagslebens, insbesondere des Wirtschaftslebens. Dazu kommen Aufgabenstellungen, die zur sog. Unterhaltungsmathematik, also zum Denksport, zu zählen sind. Das gilt für das zitierte Buch aus China ebenso wie für das Rechenbuch des Adam Ries.

4.3 Strukturierung und Präsentation der Aufgaben als fundamentales Element

4.3.1. Wir zielen auf Fundamentalien ab, die wir in gewissen Übereinstimmungen der unterschiedlichen Texte in Form, Inhalt und Methodik zu erkennen glauben. So ist schon die Präsentation und Formulierung der Aufgaben in den beiden (und anderen) Rechenbüchern ziemlich stereotyp die gleiche. Die Form des Wortlauts der Aufgabenstellungen spiegelt dabei die Grundelemente und die Grundschritte des Handlungsablaufs bei der Bemeisterung von Aufgabensituationen schlechthin wider. In dieser Hinsicht repräsentiert sie ein fundamentales Element des Betreibens von Mathematik bzw. des Mathematikunterrichts schlechthin.

4.3.2 Die einzelnen Aufgaben werden in den Rechenbüchern wörtlich übereinstimmend in Frage-Antwort-Form, genauer in einem 4- bzw. 5-stufigem Schema, abgehandelt:

1. *Aufgabensituation*: Vorgegebene Daten und Beziehungszusammenhänge
2. *Fragestellung*: Gesuchte Daten und Beziehungszusammenhänge
3. *Antwort*: Angabe der errechneten oder konstruierten Lösung
4. *Lösungsregel*: Angabe des Lösungsweges in Form eines Lösungsrezepts
5. *Probe*: Vergewisserung der Richtigkeit der Lösung

Im Jiuzhang Suanshu – und noch viele Jahrhunderte später in den chinesischen und japanischen Texten – werden diese Elemente stereotyp ausgesprochen in der Form:

1. Vorgegebener Sachverhalt:	*jin you*	*Jetzt hat man ...*
2. Fragestellung:	*wen wei ... ji ho*	*Die Frage ist ... wieviel...*
3. Antwort:	*da yue*	*Die Antwort sagt ...*
4. Lösungsrezept:	*shu yue*	*Die (Lösungs-) Regel sagt ...*

Die Bücher der deutschen Rechenmeister vom 15. bis zum 17.Jahrhundert folgen in der Darbietung und Formulierung der Aufgabenstellungen im Grunde dem gleichen Schema. So lesen wir bei Adam Ries:

Item ... [3]
Die Frage ist wieviel ...
Facit ...
Machs also ...

4.4 Mathematische Begrifflichkeiten

Aus der Sicht der mathematischen Begrifflichkeiten sind die formal-mathematischen Inhalte und Grundlagen der alten Rechenbücher hier im Westen wie damals im fernen Osten im wesentlichen die gleichen. So stimmen die Rechenbücher weitgehend bezüglich ihrer mathematischen Begriffe (Gegenstände) und der formalen Grundstrukturen, die die algorithmischen Lösungsmethoden konstituieren, überein.

Sie kennen und beschäftigen sich mit den *natürlichen Zahlen* (im Jiuzhang Suanshu bereits auch mit den *negativen ganzen Zahlen*), mit *Brüchen*[4], mit der (sprachlichen) *Darstellung* der Elemente dieser Zahlbereiche – insbesondere im Dezimalsystem[5] – mit der *Ordnung* der betreffenden Zahlen und Maßzahlen, mit den elementaren arithmetischen *Operationen* der Addition, der Subtraktion, der Multiplikation, der Division, auch mit *Potenzen* und *Wurzeln* und den zugehörigen Rechenverfahren.

---

[3] *Item* (lat): ebenso, desgleichen, ferner; Fragepunkt.

[4] Brüche erscheinen meist als Maßzahlen von Größen. Auf dem (dezimal strukturierten) Abakus werden die Bruchteile vielfach durch die Maßzahlen der nächst kleineren Maßeinheiten wiedergegeben.

[5] Obwohl die alten Chinesen die Grundzeichen des (dezimal organisierten) Zahlsystems in einer ideo-graphischen Form darstellen, schreiben sie die (ganzen) Zahlen später vielfach schon in einer Art Stellenwertschreibweise, indem sie die Vielfachen der Stufenzahlen (ohne Nennung der Stufenzahlen) einfach nebeneinander setzen

4.5 Zahlaspekte

Bezüglich der verschiedenen Zahlaspekte können wir feststellen, daß alle Zahlaspekte in den genannten Rechenbüchern vertreten sind: Zahlen als *Anzahl*, als *Ordinalzahl*, als *Maßzahl*, Zahlen in der Funktion eines *Operators* und natürlich die Zahlen als *Rechenzahlen*, als Elemente algorithmischer Prozesse.[6] Da die meisten Aufgaben lebenspraktische Situationen betreffen, spielen Zahlen als Größenwerte, d.h. Maßzahlen, die bedeutendste Rolle in allen frühen Rechenbüchern. Messen und der Maßzahlaspekt stehen also an erster Stelle. Die *Umformung verschiedener Maßeinheiten* ineinander unter Verwendung von *Tabellen für die verschiedenen Maßeinheiten* finden sich in allen Rechenbüchern.

4.6 Aufgaben zur Geometrie

Aufgaben zur *Flächenmessung* und *Volumenberechnung* beziehen sich auf grundlegende Formen (Figuren, Körper) der elementaren Geometrie, auf Quadrate, Rechtecke, Dreiecke, Trapeze, Würfel, Quader, Prismen, Pyramiden und Stümpfe, usw. Sie erfordern u.a. Algorithmen zur Berechnung von quadratischen Wurzeln und von Kubikwurzeln. Diese stimmen im wesentlichen mit den uns bekannten Verfahren überein.[7]

4.7 Die Lösungsregeln als Fundamentalien

4.7.1 In den Rechenbüchern der chinesischen und deutschen Rechenmeister beschreiben die angegebenen (Lösungs-)Regeln den jeweiligen speziellen Lösungsweg, der zur Gewinnung des erwünschten Resultats, d.h. zur Antwort auf die Frage der speziellen Aufgabenstellung führt. Die Regeln bestehen aus der Angabe einer Abfolge von Lösungsschritten in Form algorithmischer Routinen zur Umformung von Zeichenreihen oder in der konstruktiven Realisation der konkreten Herstellung bzw. einer sprachlichen (zeichenhaften) Repräsentation des Lösungsgegenstandes. All dies erfolgt meist in umgangssprachlicher Prosa. Eine Begründung der Regel wird nicht gegeben.

---

[6] In den chinesischen Texten werden die verschiedenen Aspekte durch verschiedene Schriftzeichen bzw. sprachliche Wendungen wiedergegeben.

[7] Die Chinesen kannten schon im Jiuzhang Suanshu im Grunde die Binomischen Formeln. Aus den Texten (der wörtlichen Bedeutung der beschreibenden Schriftzeichen) ersieht man freilich, daß ihnen eine ausgesprochen geometrische Sicht

Und wiederum sind die Lösungsmethoden – wie schon ein Blick in die Inhaltsverzeichnisse (vgl. Kap. 4.2) lehrt[8] – in den exemplarisch genannten Rechenbüchern im wesentlichen dieselben. Auch sie können also als fundamental angesehen werden.

4.7.2 Eine zentrale Rolle spielen bei der Grundlegung der Lösungsmethoden die *Proportionen, Proportionalitäten* oder, wie wir heute auch sagen, *linearen Funktionen.* Die am häufigsten verwendete Methode ist im Zusammenhang damit die *Regeldetri* („*Dreisatz*"). Die *Regula falsi* („*Regel des doppelten falschen Ansatzes*") wird schon bei den alten Chinesen erklärt und angewendet.

4.7.3 In den Aufgabensammlungen gibt es weiter Probleme, die die Lösung von *Systemen linearer Gleichungen* und von *diophantischen Gleichungen* erfordern. In einer gewissen Hinsicht ist das chinesische Rechenbuch Jiuzhang Suanshu (rund 150 v.Chr.) den Büchern des Adam Ries insoferne voraus, als es bei der Berechnung von Aufgaben, die auf lineare Gleichungssysteme führen, bereits eine Art *Matrizendarstellung* und ein Berechnungsschema verwendet, das wir heute nach Horner benennen. Ein Kapitel ist dort den Anwendungen des *Satzes von Pythagoras* gewidmet[9], mit Aufgabenstellungen, die sich auch in unseren heutigen Schulbüchern wiederfinden.

4.8 Themen und Sachbezüge der Aufgaben

4.8.1 Was nun die Gegenstände, Sachbezüge und Themen in den Rechenbüchern betrifft, so läßt schon ein Blick auf ihre Inhaltsverzeichnisse und Kapitelüberschriften unmittelbar erkennen, daß Themen und Gegenstandsbereiche über die Zeiten und Kulturen hinweg weitgehend übereinstimmen, in unserer Sprachweise „Fundamentalien" sind.

Die meisten Sachbezüge sind im Jiuzhang Suanshu ebenso vertreten wie später in bei Adam Ries. Ja mehr noch, sie finden sich zum Teil wörtlich auch noch in unseren heutigen Schulbüchern. Die Themen blieben unverändert, sie wurden nicht nur tradiert, sondern zum Teil wohl auch unabhängig voneinander entwickelt. Inhaltliche und formal-methodische Themenstränge durchziehen also auch unter diesem Aspekt beide Bücher.

---

[8] In einer ausführlicheren Präsentation einzelner Texte würden auch hier die zuweilen fast wörtlichen Übereinstimmungen der algorithmischen Lösungsvollzüge wie der Formulierung der Lösungsrezepte verblüffen.

[9] Damit soll aber nicht gesagt werden, daß es eine Beziehung zur Gedankenwelt

4.8.2 Ein Vergleich der frühen Rechenbücher in West und Fernost läßt aber bezüglich des Aufgabenbestandes nicht nur eine weitgehende Übereinstimmung in globalen Aufgaben- bzw. Anwendungsbereichen erkennen.

Inhaltliche und formal-methodische Themenstränge durchziehen die Bücher auch im einzelnen. Was im Großen für die Gliederung der Aufgabensammlungen nach Sachthemen und/oder nach Typen von Lösungsmethoden gilt, gilt ebenso im Kleinen. Gewisse Einzelaufgaben finden sich schier wörtlich zu verschiedensten Zeiten in West und Ost.[10]

4.8.3 Zitieren wir wenigstens einen Aufgabenstrang aus Fernost und dem Westen als weiteren Beleg für die Existenz von Fundamentalien, die noch den heutigen Mathematikunterricht bestimmen, zitieren wir auch ihn zur Begründung der weitergehenden *These, daß und warum heute und auch zukünftig gewisse klassische Inhalte im Mathematikunterricht ihre Berechtigung haben.*

Als ein klassisches Beispiel für einen solchen Themenstrang führen wir die sog. Bewegungsaufgaben an, mit denen Generationen von Schülern – wir in unserer Schulzeit eingeschlossen – traktiert wurden. Die Boten, die Radfahrer, die Eisenbahnen ... Sie verfolgen sich und die Frage lautet: *"Wann und wo treffen sie sich?"*

Nicht nur, daß sich Bewegungsaufgaben in allen Rechenbüchern aller Zeiten und Kulturen finden. Es gibt einzelne Aufgaben, die schier wörtlich wieder und wieder gestellt wurden. Als Beispiel diene die *„Aufgabe des den Hasen verfolgenden Hundes“* (vgl. Abb.). Diese Verfolgungsaufgabe steht erstmals im 6.Kapitel des Jiuzhang Suanshu. Sie ist in Indien und Arabien vertreten, bei Alkuin (um 800) heißt sie „De Cursu Canis ac Fuga Leporis“, bei Fibonacci (1202) kommt sie vor. *Kurt Vogel* (*1954, 214 u. 223*) hat in seinen Kommentaren zum Algorismus Ratisbonensis (um 1450) viele weitere Belegstellen, Texte und Autoren für das Auftreten dieser Aufgabe (und anderer Bewegungsaufgaben) angegeben. Sie wird als Aufgabe auch in heutigen Schullehrbüchern noch gestellt (*Fischer, W.L. 1998b / 2001a*).

[10] Die Geschichte von durchgängigen Einzelthemen wurde von vielen Autoren verfolgt: Erinnert sei an die Bände *History of Mathematics* von *D.E. Smith* (*1923, 25; 1951/53*), an W.W. *Rouse-Ball* (*1892, 1931*) und an viele Bücher, die der Unterhaltungsmathematik gewidmet sind.

Abb.: Bildliche Darstellung der Aufgabe des den Hasen verfolgenden Hundes als allegorische Darstellung des Problemlösens (*Reisch, Gr. 1517*)

Der Jäger (Problemlöser) wird von einem Hund (veritas) begleitet und verfolgt den Hasen (problema). In der Hand trägt er einen Bogen (questio: die Frage) und hat ein Schwert umgürtet (syllogismus: Schlussregel), aus dem Horn bläst er die Prämissen.

5. Gründe für die thematischen und begrifflichen Übereinstimmungen in den Büchern

Fragen wir nach den Gründen für die thematischen und die begrifflichen Übereinstimmungen in beiden Büchern, so wird schon aus dem Wortlaut der Kapitelüberschriften in den beiden Inhaltverzeichnissen deutlich, daß es ähnliche lebensweltliche, soziale, wirtschaftliche und technische Verhältnisse und Probleme waren, die den Hintergrund der Übereinstimmungen abgeben. Viele sachbezogene Inhalte der frühen Rechenbücher sind also Fundamentalien, weil sie sich auf *universale physikalische und menschliche Situationen der Alltagswirklichkeit* beziehen, hier wie dort, heute wie damals. Ähnliche Lebenssituationen induzieren nicht nur ähnliche Aufgabenstellungen, ähnliche Probleme, ähnliche Fragestellungen. Ähnliche Problemstrukturen induzieren auch kultur-, zeit- und sprachübergreifend ähnliche begriffliche Modelle und ähnliche Lösungsmethoden.[11]

Die zugrundeliegenden universellen anthropologischen Kategorien stehen im Zusammenhang mit Grundkategorien der kognitiven Grundausstattung des Menschen im Hinblick auf die Bewältigung seiner Lebensprobleme im Kampf ums Überleben, sie stehen im Zusammenhang mit der Entwicklung seiner Denkprozesse (vgl. *Klix, F. 1993*) und seines Gehirns. Wieder stellt sich hier auch die Frage, die Leibniz in seinen "Neuen Abhandlungen zum menschlichen Verstand" in der Auseinandersetzung mit John Lockes Auffassungen über die Rolle der Empirie bei der Erkenntnisgewinnung apostrophiert hat, die Frage nach der Existenz „eingeborener Ideen“, die heute in der Neurophysiologie im Rahmen neuerer Ergebnisse und unter neuen Aspekten neu gestellt wird.

6. Unterschiedlichkeiten und Globalisierung

6.1 Die zitierten Bücher und alle Texte in den verschiedenen Zeiten und Kulturen weisen aber auch Unterschiedlichkeiten auf. Das gilt nicht nur für die jeweils lokal entwickelten bzw. behandelten Themen in der elementaren und später der höheren Mathematik.

Immer wieder hat es sich in der Geschichte der Mathematik naturgemäß ereignet, daß gewisse Entwicklungen, neue Ideen, Themen und Theorien zunächst von einzelnen Forschern – also regional lokal – gedacht und veröffentlicht wurden. Durch den kulturellen Austausch wurden sie anschließend – wie wir sagen: phasenverschoben – weiter verbreitet, waren damit aber den Wissenschaftlern in anderen Regionen zunächst nicht vertraut und wurden oft sogar als fremd empfunden.

---

[11] Das gilt für die prämathematische und die protomathematische Phase ebenso wie viel später bezüglich der sozialen und wirtschaftlichen Struktur in Deutschland, China und Japan. Ausführlichere Darstellung bezüglich eines Vergleichs der Situationen in Deutschland und Japan bzw. von Ries und Yoshida in *W.L. Fischer 1996a, 1998a*) und generell in *W.L. Fischer* (*1997*).

6.2 Auch hier kann die historische Entwicklung in Fernost und in Europa beispielhaft zitiert werden:

Im Falle der weltweiten Verbreitung der *euklidischen axiomatischen Form der Geometrie* haben wir den typischen Fall einer *Globalisierung* in der Wissenschaftsgeschichte vorliegen – wieder mit zeitlicher Phasenverschiebung. So wurde in China die euklidische Form der Geometrie erst durch die Begegnung mit christlichen Missionaren bekannt (*Li, Y. / Du, S. 1987, 191-194; Fischer, W.L. 1990; 1991; 1995; 1996, 39ff.; 1997*). Matteo Ricci brachte 1593 die lateinische Übersetzung der euklidischen „Elemente der Geometrie" seines Lehrers Christophorus Clavius (Rom) nach China und übersetzte die ersten sechs Bücher des Euklid 1607 zusammen mit Xu Guangqi ins Chinesische. Es handelt sich dabei um die ersten westlichen mathematischen Bücher, die ins Chinesische übersetzt wurden. Die Übersetzung der weiteren Kapitel des „Euklid" erfolgte erst durch A. Wylie und Li Shanlan 1857.

6.3. Ein anderer Aspekt ist durch die mehrfach erwähnte *unterschiedliche sprachliche Darstellung der mathematischen Ideen* in den einzelnen Kulturen und Zeiten gegeben. Die mathematischen Texte sind und waren zunächst in der jeweiligen Landessprache formuliert. Unterschiedlich sind und waren auch die zunächst im Verlaufe der Geschichte lokal entwickelten Fachtermini und ihre zunächst lokal gebundene sprachliche Darstellung, später ihre symbolische Repräsentation. Durch den kulturellen Austausch wurden nicht nur die mathematischen Inhalte globalisiert, sondern auch die Form ihrer Darstellung.

6.4 Die *Ausbildung einer speziellen mathematischen Sprache*, die z.B. spezielle Symbole für die Ziffern verwendete und spezielle Symbole, um mathematische Relationen, Operationen (wie Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division und Potenzschreibeweise) und Funktionen zu bezeichnen, erfolgte im Verlauf der Geschichte der Mathematik in verschiedenen Phasen, in verschiedenen Ländern und zuweilen relativ spät. Die Lösungsregeln, die Schrittsequenzen der Algorithmen waren in den frühen Texten in Ausdrücken der Umgangssprache ausformuliert, d.h. in einer nicht-formalistischen Weise. Die Einführung einer angemessenen mathematischen Schreibweise beeinflusste und beschleunigte die Entwicklung der Mathematik und auch der mathematischen Erziehung extrem. Dieser Effekt kann z.B. demonstriert werden an der Einführung der hindu-arabischen Notation der Ziffern im Westen des 12. bzw. des 15 Jahrhunderts

(*Fischer, W.L. 1986 bzw. 1996* und *1988 bzw. 1996*), mit einer Phasenverschiebung in Japan nach der Meji-Reform am Ende des 19.Jahrhunderts (*Fischer, W.L. 2005*).

7. Die Situation in der Gegenwart

Durch die weltweite Verbreitung der Fachzeitschriften sind heute die neuen Forschungsergebnisse im Bereich der Mathematik global zugänglich und bekannt. Fremdheiten gibt es allerdings für den einzelnen Wissenschaftler durch die ungeheuere Wissenskumulation in den Themenbereichen, in denen er nicht forscht.

8. Literatur

BAI, Shangshu (1983): Annotation of Jiuzhang Suanshu and its Commentaries. – Science Press. Beijing. (Chinesisch)

DESCHAUER, S. (1992): Das zweite Rechenbuch von Adam Ries. – Vieweg. Braunschweig.

FISCHER, W.L. (1986): Vom Abakus zum Ziffernrechnen. – In: L. Kriss-Rettenbeck / M. Liedtke (Hg. 1986), Erziehungs- und Unterrichtsmethoden im historischen Wandel. Klinkhardt. Bad Heilbrunn; 126-151 – Desgl. in: W.L. Fischer (1996), Mathematikdidaktik, 267-294.

FISCHER, W.L. (1988): Zur Entwicklung der Sprache in der Mathematik. – In: J.G. Prinz v. Hohenzollern / M. Liedtke (Hg. 1988), Naturwissenschaftlicher Unterricht und Wissenskumulation. Klinkhardt. Bad Heilbrunn, 142-170. – Desgl. in: W.L. Fischer (1996), Mathematikdidaktik, 295-327.

FISCHER, W.L. (1990): Sind klassische Inhalte im modernen Mathematikunterricht überholt? – In: H.K. Beckmann / W.L. Fischer (Hg. 1990), Herausforderung der Didaktik. Beiträge zur Fachdidaktik und Schulpädagogik. Klinkhardt. Bad Heilbrunn, 163-182. – Desgl. in: W.L. Fischer (1996), Mathematikdidaktik, 22-45.

FISCHER, W.L. (1991): Some Fundamentals in Mathematical Instruction. – In: Proc. 5.Southeast Asian Conference on Mathematical Education (IMCMI-SEAMS 5 1990). University Brunei, Darussalam, Bandar Seri Begawan/ Brunei, 133-137.

FISCHER, W.L. (1995): Topics in School Mathematics - Topics in Teacher Training: Some Fundamentals in Mathematical Education. – In: Proc.

ICMI-China Regional Conference on Mathematical Education 16.-20.8.1994 Shanghai/PR China. Shanghai, 126-127.
FISCHER, W.L. (1996): Mathematikdidaktik zwischen Forschung und Lehre. – Klinkhardt. Bad Heilbrunn.
FISCHER, W.L. (1997): On Some Fundamentals in Mathematical Education and their Origins. From Premathematics to Protomathematics to Mathematics. – Lecture Tokyo Science University (Japan Society of Math. Education). Tokyo, Japan.
FISCHER, W.L. (1998a): Das Jinko-ki des Mitsuyoshi Yoshida – Das berühmteste Rechenbuch Japans in der Edo-Zeit. – In: M. Toepell (Hg. 1998): Mathematik im Wandel. Franzbecker. Hildesheim / Berlin, 194-216.
FISCHER, W.L. (1998b, 2001a): De Cursu Canis Et Fuga Leporis - Bewegungsaufgaben gestern und heute. - Abschiedsvorlesung Erziehungswissenschaftliche Fakultät Universität Erlangen-Nürnberg. – In: Eichstätter Kolloquium z. Didaktik d. Mathematik. Katholische Universität Eichstätt 2001, 67/1-10.
FISCHER, W.L. (2001b): Mathematica Perennis – Historical Topics as Indicators of Fundamentals in Mathematics Education. Proc. of the 4th International Symposion on the History of Mathematics and Mathematical Education Using Chinese Characters. – Maebashi Institute of Technology. Maebashi/Japan 1999, 231-250.
FISCHER, W.L. (2002a): Chinesische Längenmaße und Maßstäbe. – In: H.J. Vollrath (Hg.), MU - Der Mathematikunterricht. Jg.48, H.3, 17-30.
FISCHER, W.L. (2002b): Historical Topics as Indicators of Fundamentals in Mathematics Education - An Intercultural Comparison. – In: Pre-conference Proceeedings. ICMI Comparative Study Conference. The University of Hong Kong, 261–266.
FISCHER, W.L. (2005): Wasan - Die traditionelle japanische Mathematik. – In: H.J. Vollrath (Hg.), MU - Der Mathematikunterricht. Jg.51, H.1, 36-42.
FISCHER, W.L. (2006): Historical Topics as Indicators for the Existence of Fundamentals in Mathematics Education - An Intercultural Comparison. – In: F. Leung / K.D. Graf / F. Lopez (Hg.), Mathematics Education in Different Culturel Traditions. The 13th ICMIC Study. Springer. New York, 95–110.
FISCHER, W.L. (2007): Mathematica Perennis - Historische Rechenbücher im Kulturvergleich. – In: G. Löffladt (Hg.), Mathematik - Geschichte -

Logik - Philosophie / Ideen und ihre historische Wechselwirkung. Harry Deutsch Verlag. Frankfurt (In Vorbereitung).
GERICKE, H. (2004): Mathematik in Antike, Orient und Abendland. – Fourier Verlag. Wiesbaden.
HO, Peng Yoke (1985): Li,Qi and Shu - An Introduction to Science and Civilisation in China. – Hong Kong University Press. Hong Kong.
JIUZHANG SUANSHU (1990): Guji chubanshe. – Shanghai, VR China (Chinesisch).
KLIX, F. (1993): Erwachendes Denken. – Spektrum. Heidelberg, Berlin, Oxford.
LI, Yan / DU, Shiran (1987): Chinese Mathematics - A Concise History. – Clarendon. Oxford.
MICHIWAKI, Y./ KOBAYASHI, T. (1987): On the Resemblance of "Lilavati, Chiu-Chang Suan-Shu" and Wasan. – The Fujironso, Vol.32, 93-108.
NEEDHAM, J. (1959): Science and Civilisation in China, Vol.III. – Cambridge University Press. London.
REISCH, Gr. (1517, 1973): Margarita Philosophica. – Stern-Verlag Janssen & Co. Düsseldorf.
RIES, A. (1522/1991): Rechnen auf Linien und Federn. – Reprint: Stadt Erfurt. Erfurt.
RIES, A. (1574): Rechenbuch auff Linien und Ziphren in allerley Handthierung. – Reprint: Hoppenstedt. Darmstadt.
ROUSE BALL, W.W. (1892/1931): Mathematical Recreations and Essays. – Mac Millan und Co. London.
SCHNEIDER, I. (1992): Textbooks of the German Reckoningmasters in the Early 17th Century. – In: Journal of the Cultural History of Mathematics, 1992, Vol.2, 47-52.
SCHNEIDER, I. (1993): Johannes Faulhaber. – Birkhäuser Verlag. Basel, Boston, Berlin.
SIU, Man-Keung (1992): Proof: A Chinese (Ancient) View. – Talk at International Conference on Mathematical Education 7 (ICME7). Quebec.
SIU, Man-Keung (1993): Proof and Pegagogy in Ancient China: Examples From Liu Hui's Commentary on Jiu Zhang Suan Shu. – In: Educational Studies in Mathematics 24, 345-357.
SIU, Man-Keung (1994): Mathematics Education in Ancient China: What Lesson Do We Learn From It. Historia Scientiarum.

SMITH, D.E. (1951, 1953): History of Mathematics. Vol.I (1923/1951), Vol.II (1925/1953). – Dover Publications. New York.

VOGEL, K. (1954):Die Practica des Algorismus Ratisbonensis. – Beck. München.

VOGEL, K. (1968): Neun Bücher Arithmetischer Technik. – Vieweg. Braunschweig.

WU, Wenjun (Hg. 1982a): Jiuzhang Suanshu and Liu Hui (Jiuzhang Suanshu yu Liu Hui). Shifan daxue chubanshe. – Beijing. (Chinesisch)

WU, Wenjun (1982b): The Principle of Congruency by Subtraction and Addition. – In: W. Wu (Hg.1982a), Jiuzhang Suanshu and Liu Hui (Jiuzhang Suanshu yu Liu Hui), 58-75.

ZHONG, Shanji (1982): Introduction: Arithmetic in "Nine Sections" and its Commentarist Liu Hui. – In: W. Wu (Hg. 1982a), Jiuzhang Suanshu and Liu Hui (Jiuzhang Suanshu yu Liu Hui), 2-11.