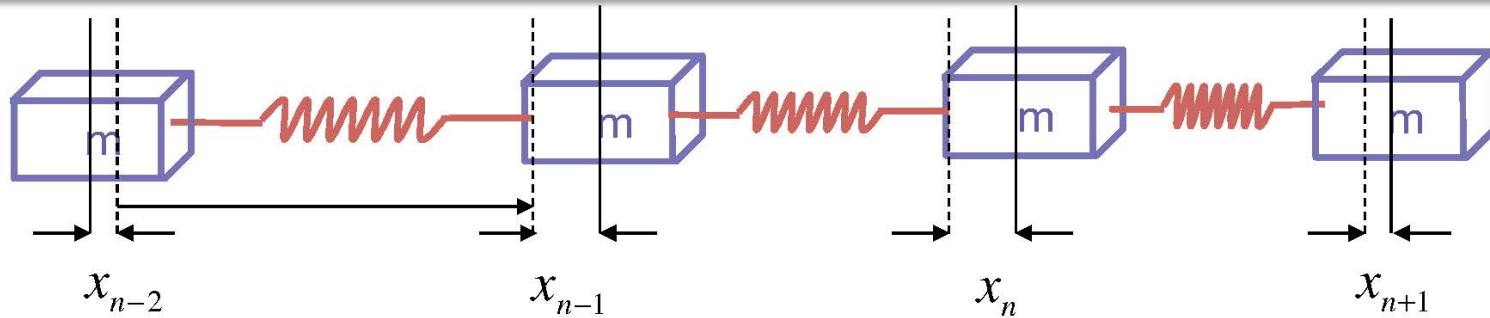


Physik für Maschinenbau

**Prof. Dr. Stefan Schael / Dr. Thomas Kirn
RWTH Aachen**

Vorlesung 7

Oszillatorkette aus N Elementen



Oszillator n:
$$M \frac{d^2 x_n}{dt^2} = +D(x_{n+1} - x_n) - D(x_n - x_{n-1})$$

$$\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial t^2} = \underbrace{\frac{D}{M}}_{v_p^2} a^2 \frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial z^2} = v_p^2 \frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial z^2}$$

Lösung:

$$x(z,t) = A \cdot \cos(\omega t \mp kz + \varphi)$$

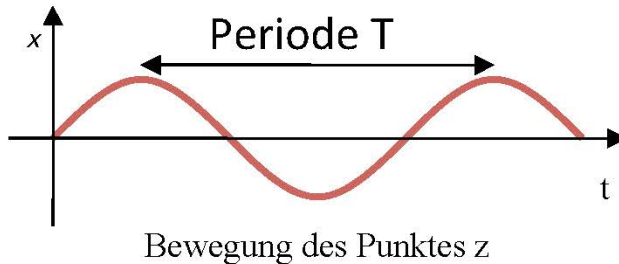
$\omega = \frac{2\pi}{T}$: Kreisfrequenz T: Schwingungsdauer beschreibt die zeitliche Periodizität

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$: Kreiswellenzahl λ : Wellenlänge, beschreibt die räumliche Periodizität

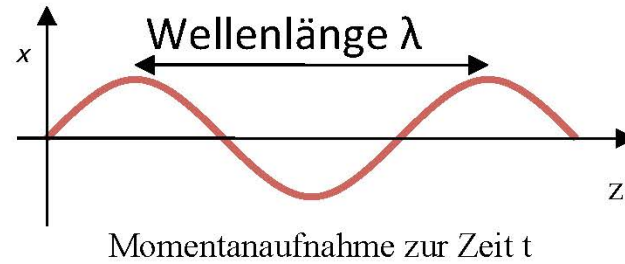
$$v_p = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot f$$

Zusammenfassung harmonische Wellen

Sie lassen sich als harmonische Schwingungen auffassen, die sich mit der Geschwindigkeit $v = \lambda \cdot f$ ausbreiten



Kreisfrequenz: $\frac{2\pi}{T} \equiv \omega$



Wellenzahl: $\frac{2\pi}{\lambda} \equiv k$

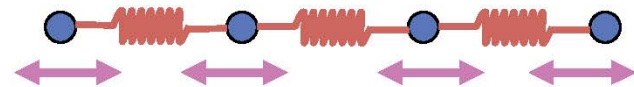
Fortschreitende harmonische Welle:

$$x(z,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z + \varphi)$$

Rückschreitende harmonische Welle:

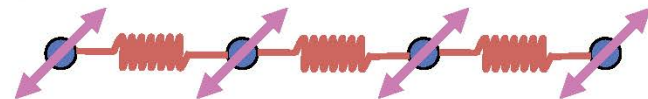
$$x(z,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + k \cdot z + \varphi)$$

Longitudinalwellen



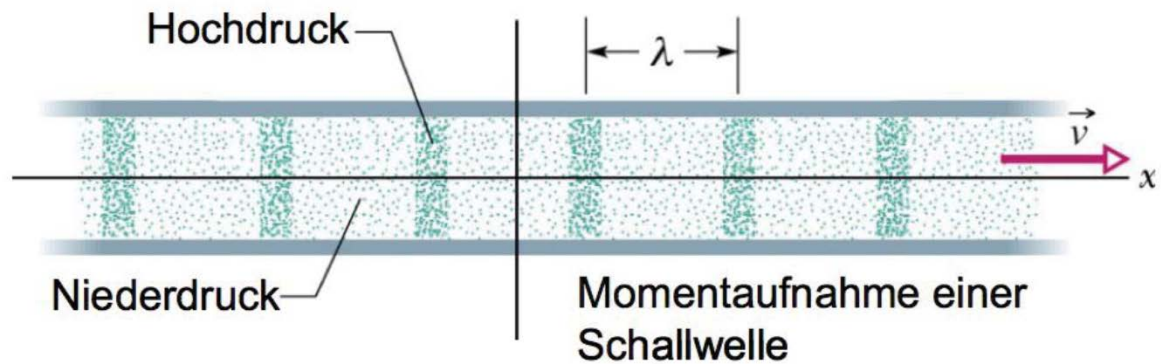
Auslenkung erfolgt in Ausbreitungsgeschwindigkeit

Transversalwellen



Auslenkung erfolgt senkrecht zur Ausbreitungsgeschwindigkeit

Schallwellen



$$\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = \frac{1}{\kappa \cdot \rho} \cdot \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2}$$

ρ : mittlere Dichte der Luft, $[\rho_0] = \text{kg/m}^3$

κ : Kompressibilität der Luft, $[\kappa] = \text{m}^2/\text{N}$

$\Delta V/V := \kappa \cdot p$ (relative Volumenänderung pro äußerem Druck)

\Rightarrow Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Druckwelle: $v_p = \sqrt{\frac{1}{\kappa \cdot \rho}}$

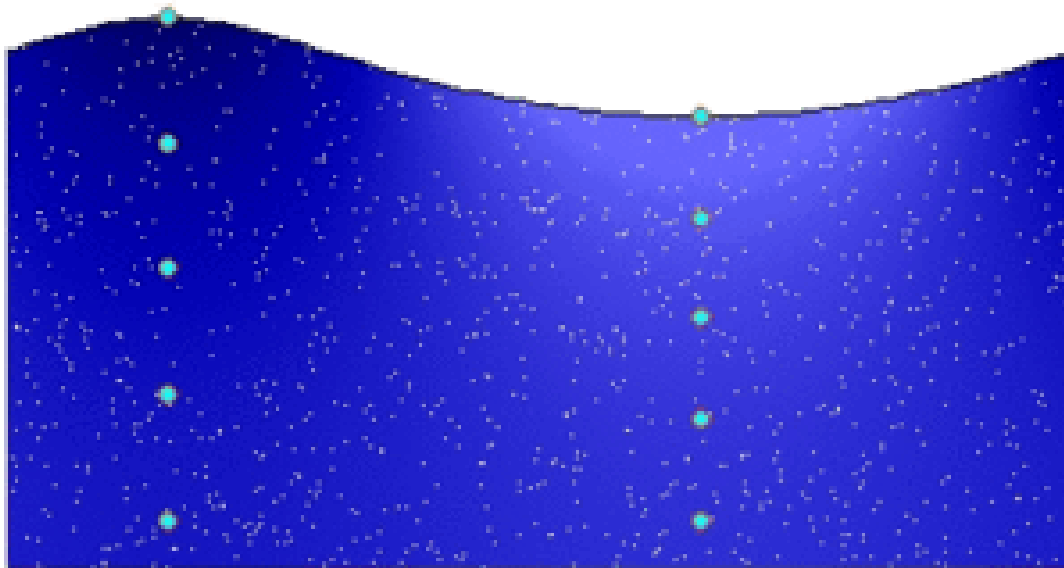
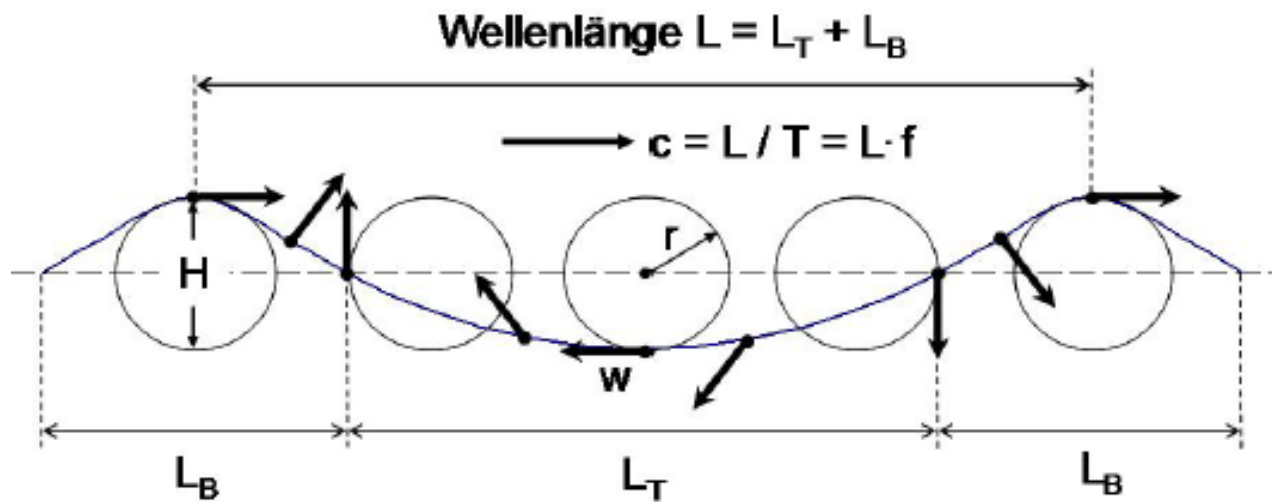
Wenn $\vartheta = T - 273,15 \text{ K}$ die Temperatur in Grad Celsius ist

$$c_{\text{Luft}} \approx (331,5 + 0,6 \vartheta / ^\circ \text{C}) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Schallgeschwindigkeit hängt nicht von der Frequenz ab.

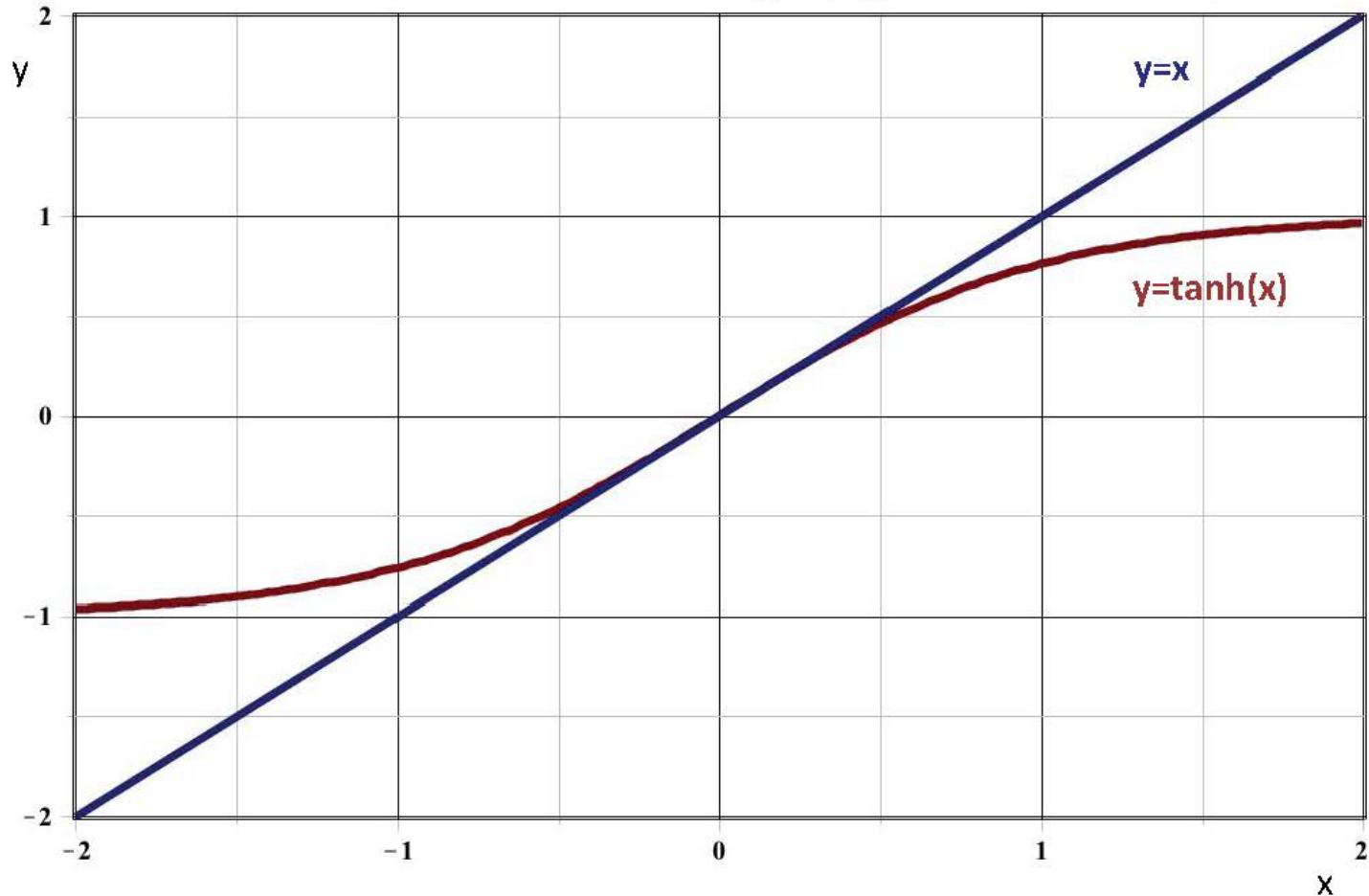
Häufig hängt die Phasengeschwindigkeit v_p nicht von der Frequenz der Anregung ab, d.h. wenn man f verändert, ändert sich die Wellenlänge λ : $v_p = \text{const.} = \lambda f$

Wasserwellen

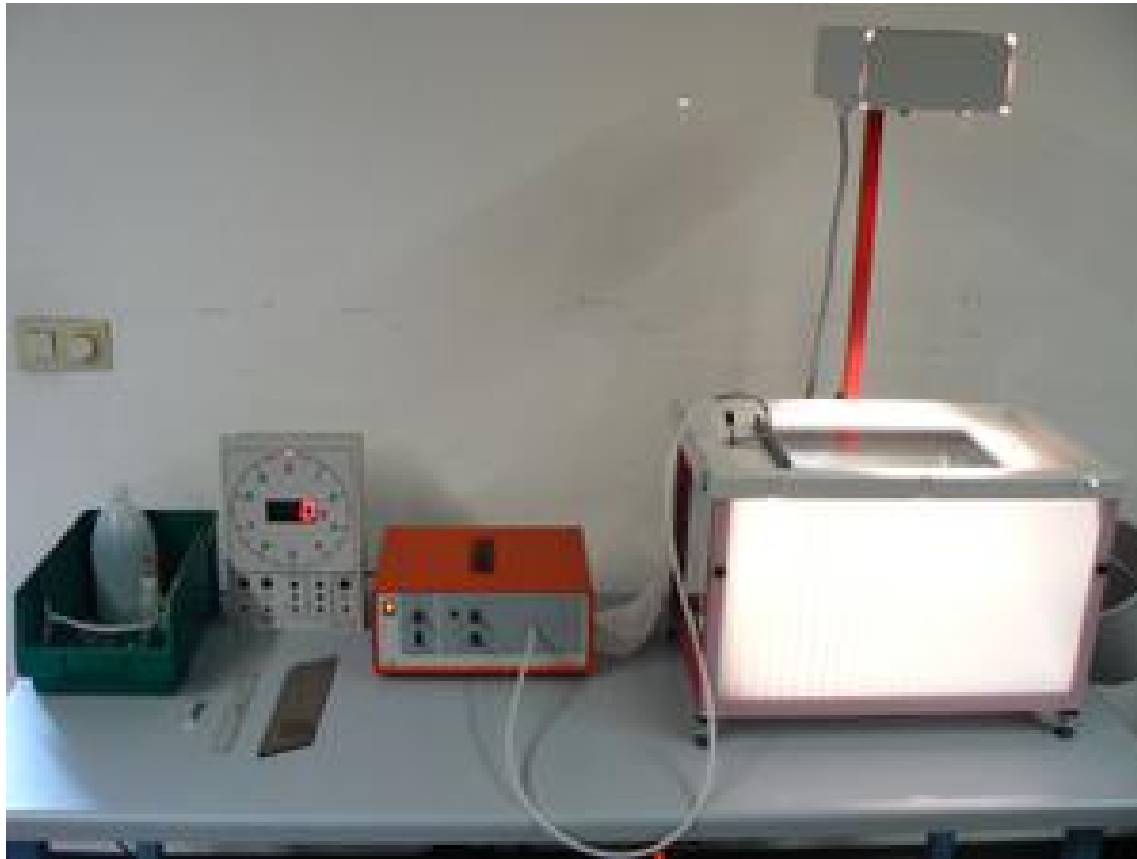


Wasserwellen

$$\tanh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

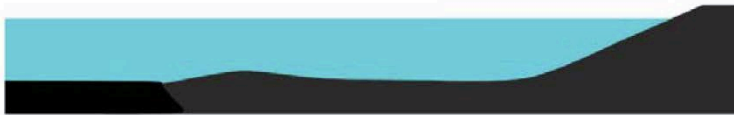


Versuch SW-46: Wellenausbreitung mit Wellenwanne



Tsunami

Subduktionszone im vorgespannten Zustand



entspannter Zustand unmittelbar nach dem Beben



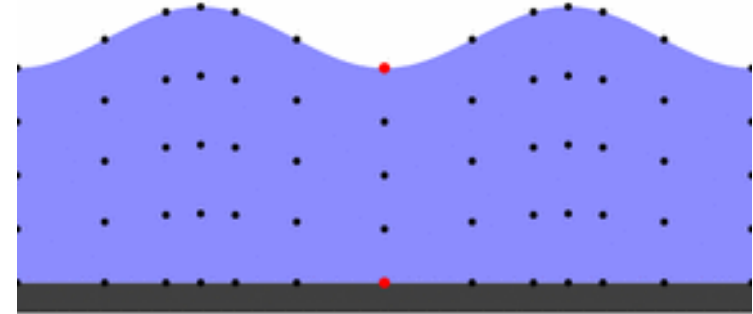
Wellenausbreitung



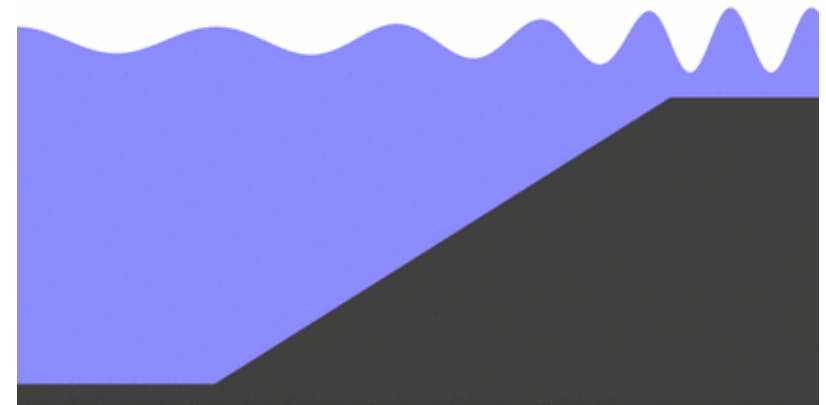
Wellental erreicht die Küste



Wellenberg erreicht die Küste

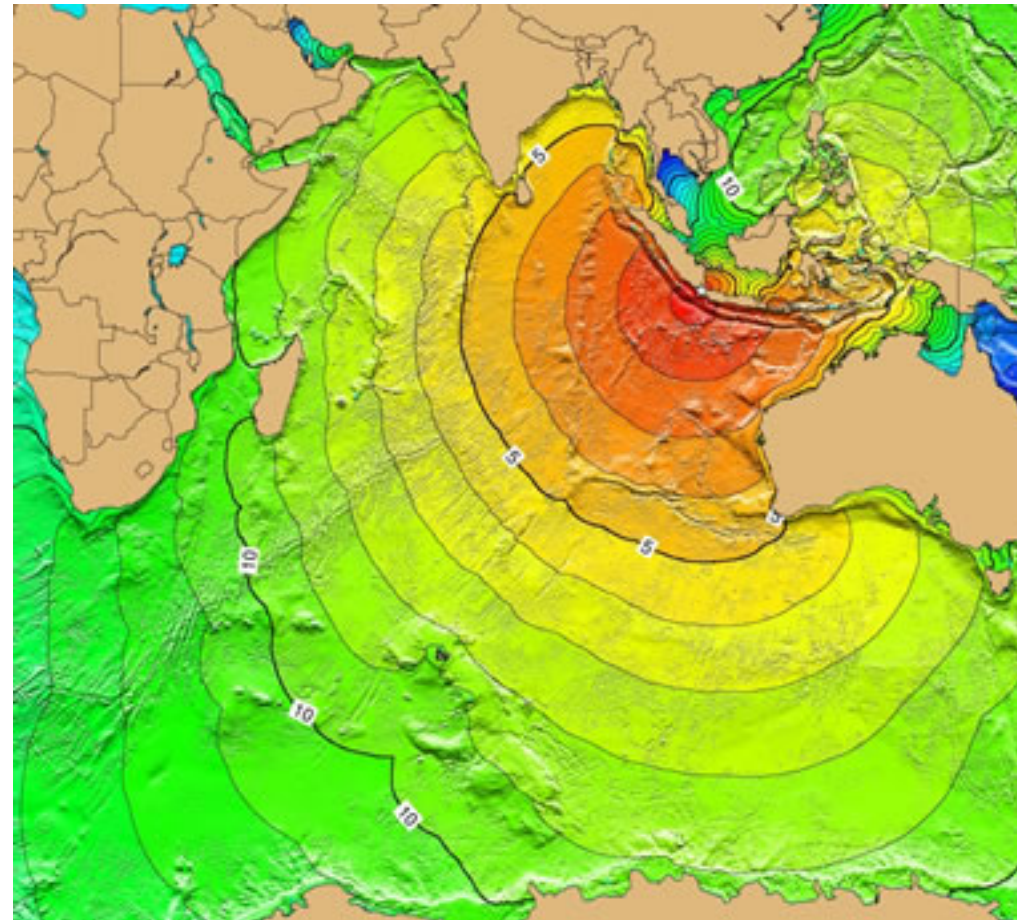
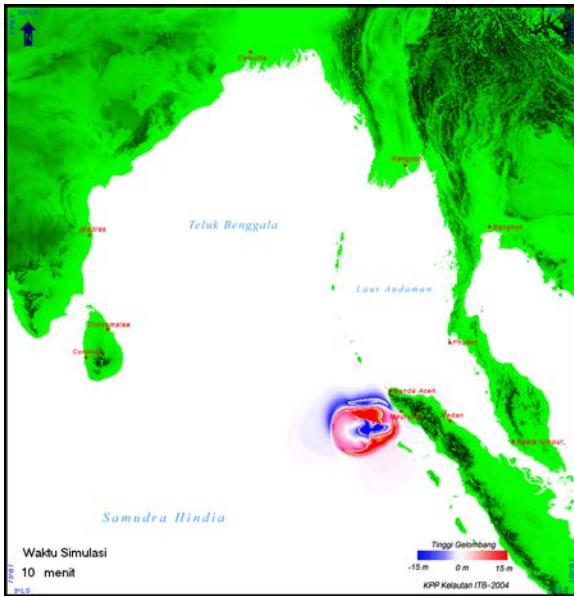


Bei Fortpflanzung eines Tsunami bewegt sich gesamte Wassersäule (Größenordnung übertrieben)



Bei Auftreffen auf Küste erhöht sich Amplitude; Wellenlänge und Geschwindigkeit des Tsunami nehmen ab

Tsunami Indonesien 2004

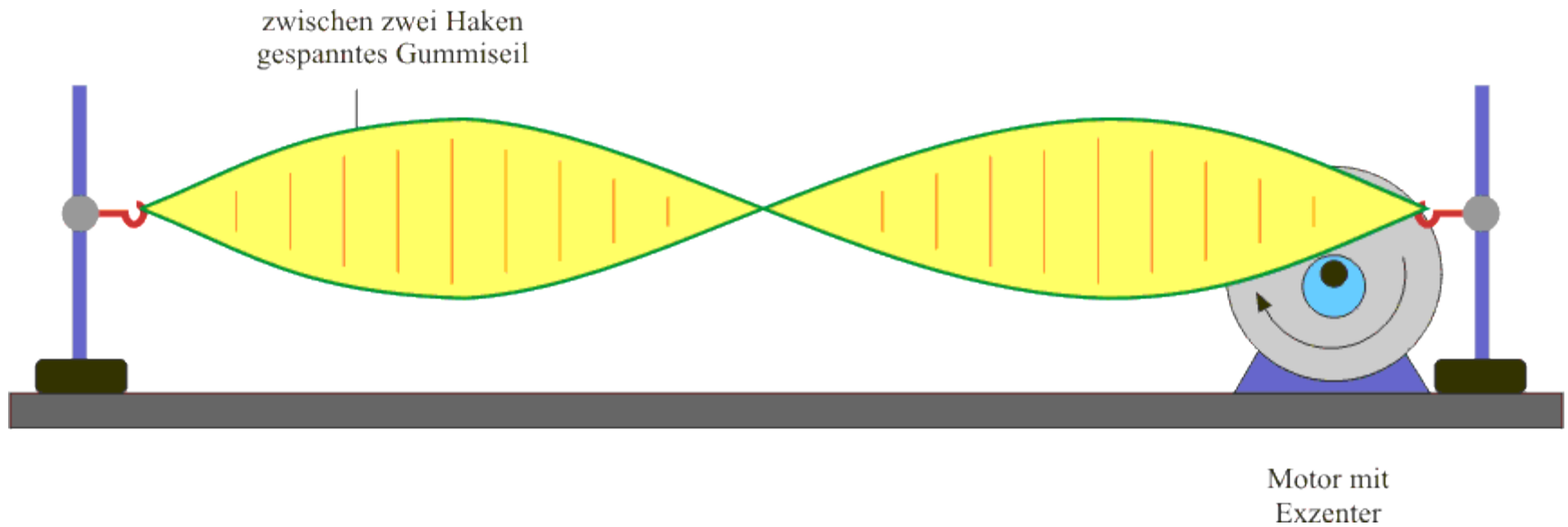


Ausbreitungsgeschwindigkeit
in Stunden des Tsunami von 2004 in Indonesien

Tsunami

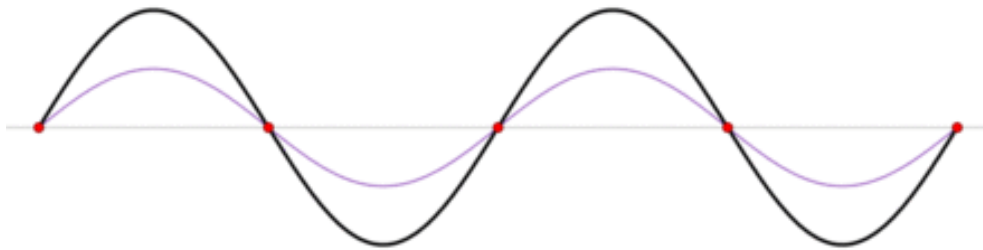


Stehende Welle

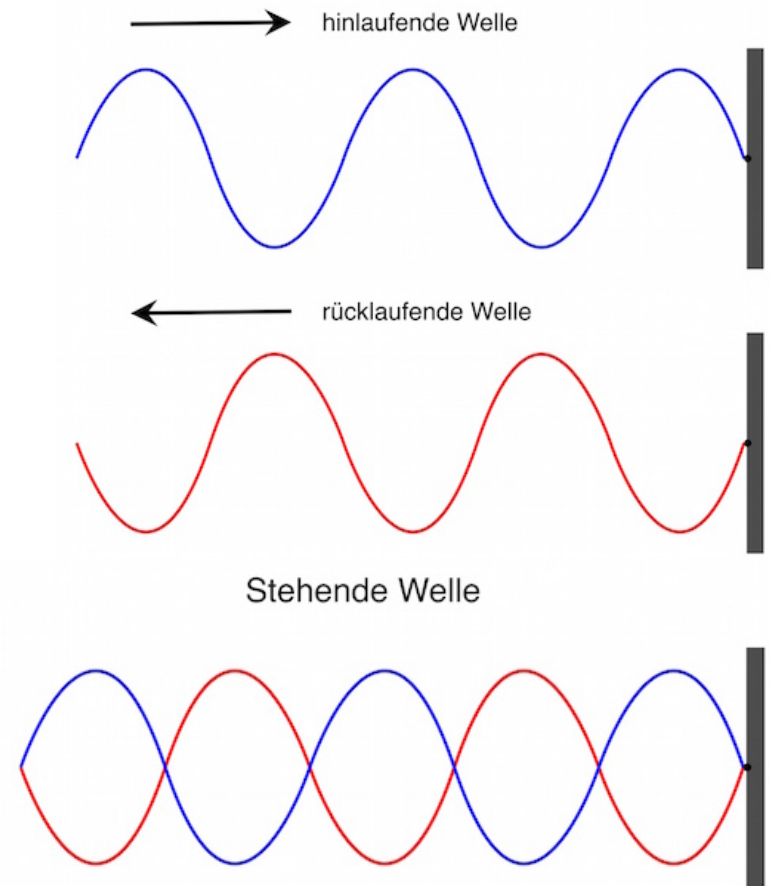


Vesuch SW-25:stehende Welle auf Gummiseil

Stehende Welle 1



Eine stehende Welle (schwarz) als Überlagerung zweier Wellen; die Wellenknoten sind rot dargestellt. Skizziert sind einlaufende Welle (blau) und auslaufende Wellen (rot).



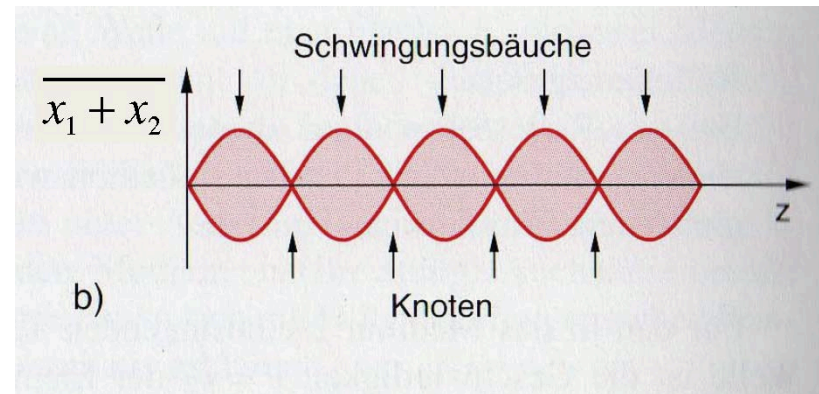
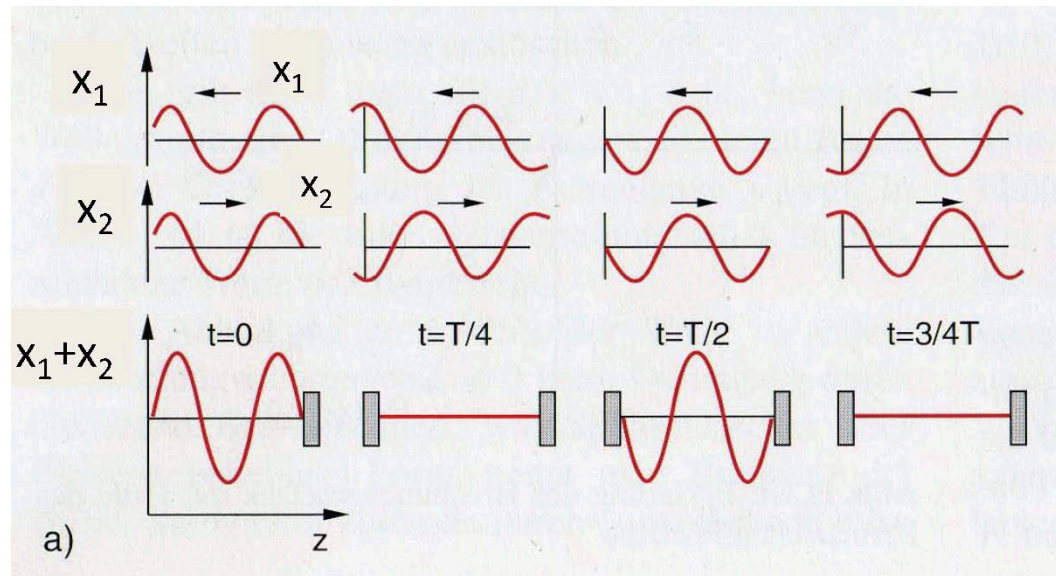
Stehende Welle 2

$$x_1(z, t) = A \cdot \cos(\omega t + kz)$$

$$x_2(z, t) = A \cdot \cos(\omega t - kz + \varphi)$$

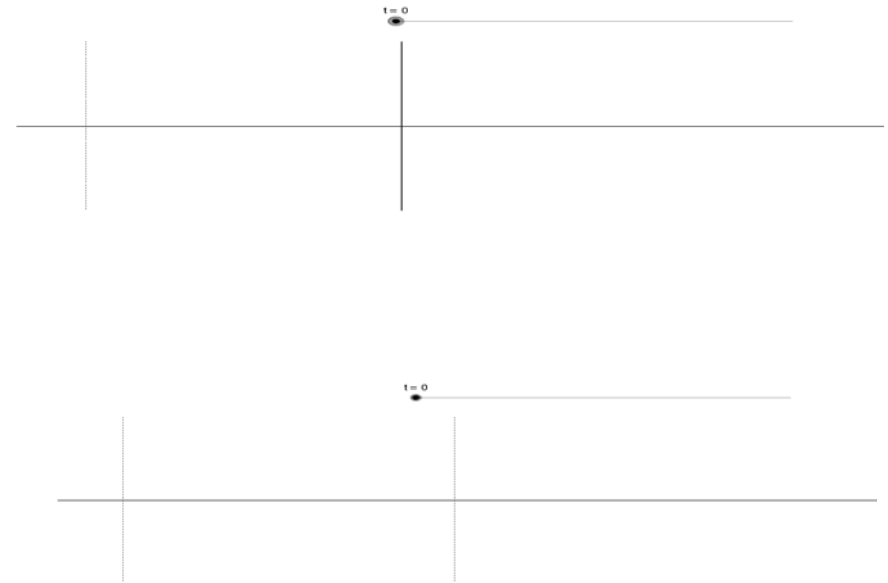
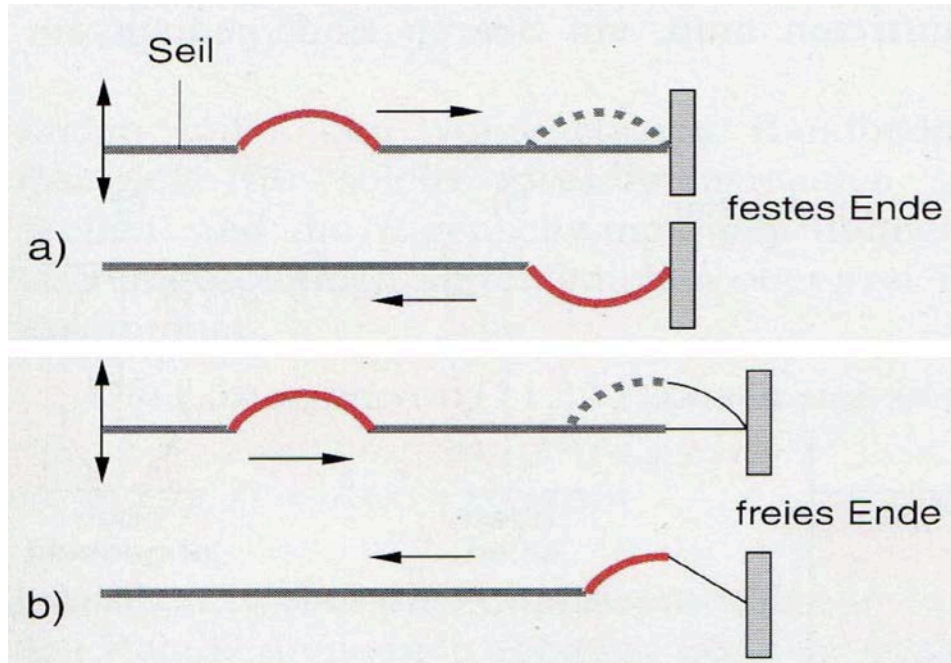
$$x_{ges}(z, t) = x_1(z, t) + x_2(z, t)$$

$$= 2A \cdot \cos\left(kz - \frac{\phi}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$



Stehende Welle als Überlagerung einer in $-z$ -Richtung laufenden ebenen Welle mit einer in $+z$ -Richtung laufenden reflektierten Welle

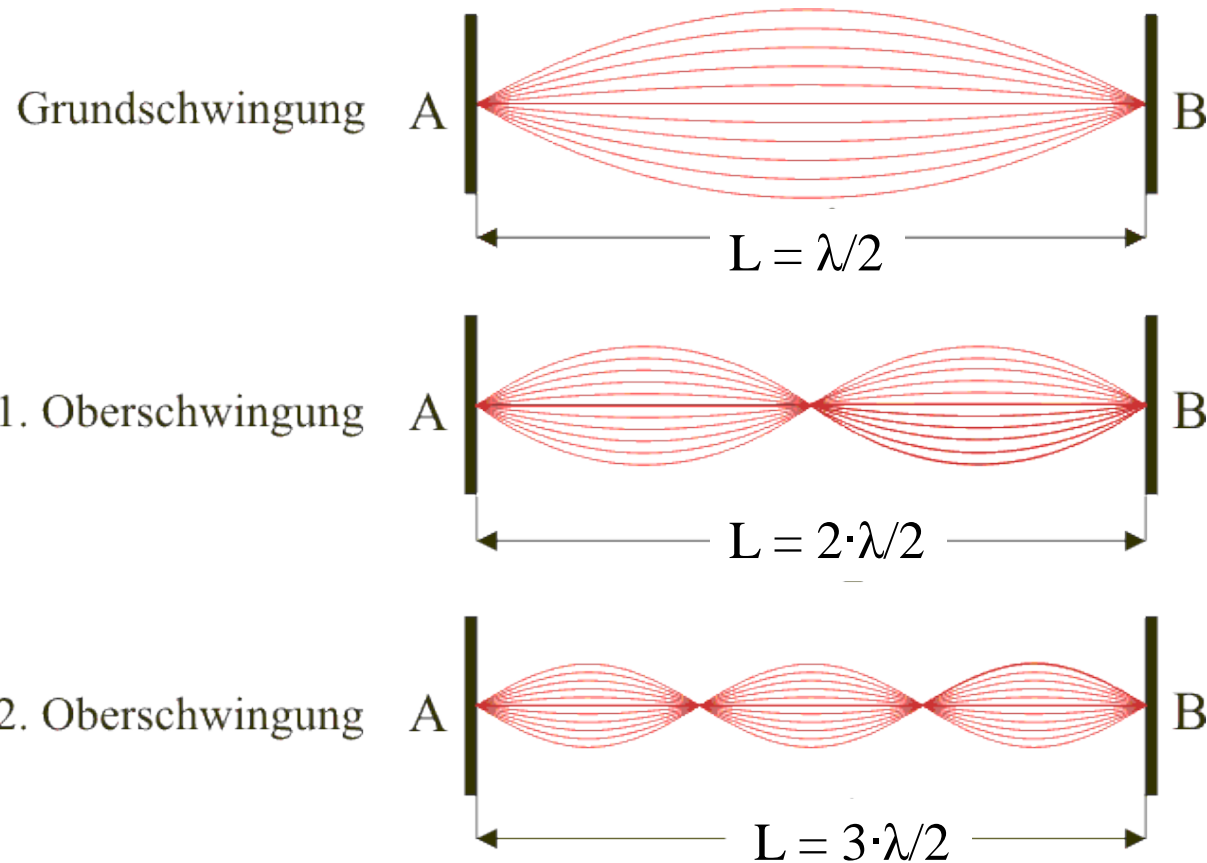
Stehende Welle: Reflexion am offenen und festen Ende



Reflexion einer Seilwelle a) am festen Ende, b) am offenen Ende

Versuche Wellenmaschine

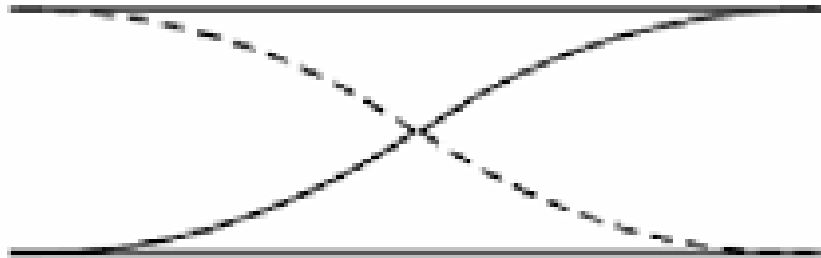
Stehende Welle bei 2 festen Enden



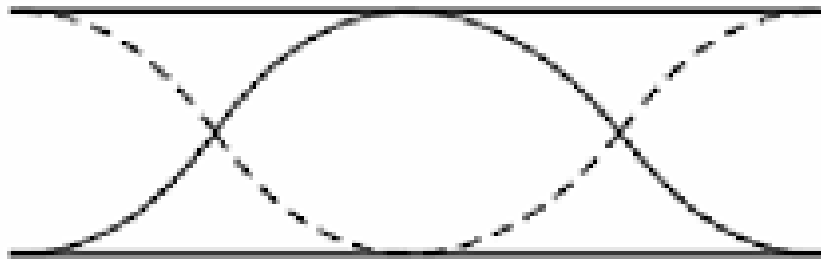
2 feste Enden: Knoten an beiden Enden, $\leftrightarrow C(z=0) = C(z=L) = 0$

$$L = n \cdot \lambda/2 \quad n=1, 2, \dots$$

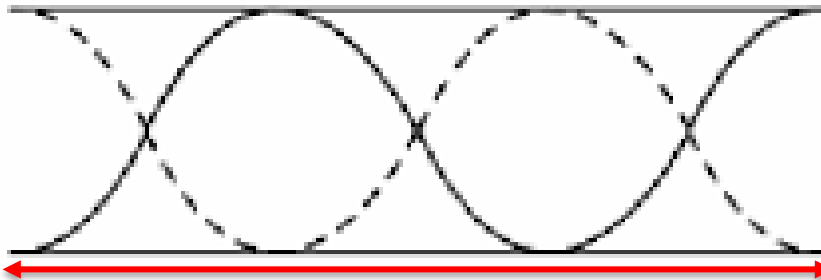
Stehende Welle bei 2 offenen Enden



$$L = \lambda/2$$



$$L = 2 \cdot \lambda/2$$



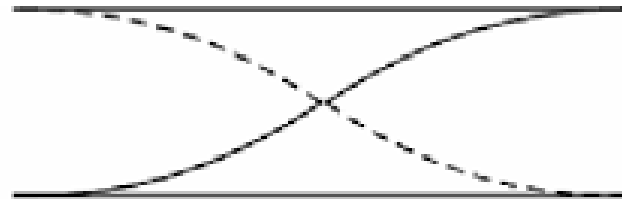
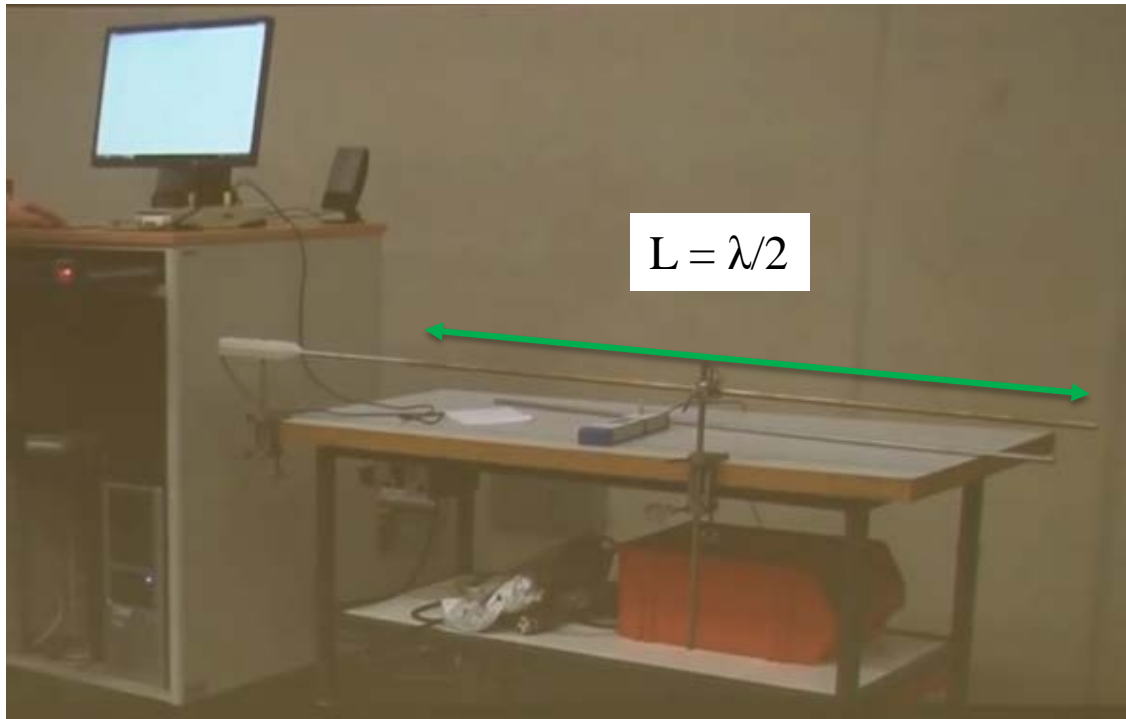
$$L = 3 \cdot \lambda/2$$



$$L = n \cdot \lambda/2 \quad n=1, 2, \dots$$

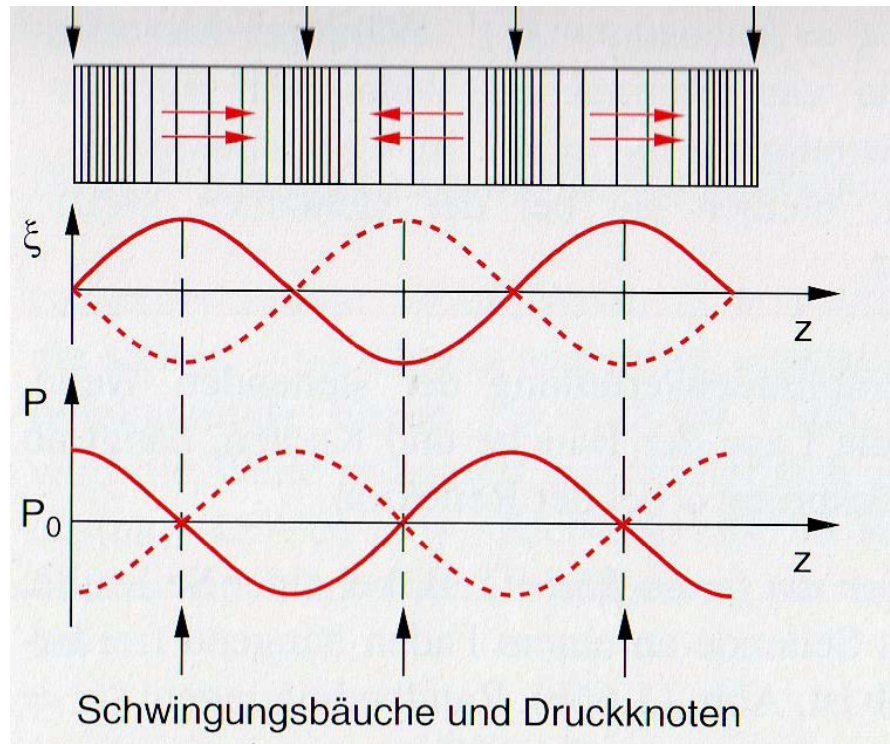
2 offene Enden: Bäuche an beiden Enden,
 $\leftrightarrow C(z=0) = C(z=L) = \text{maximal}$

Stehende Welle bei 2 offenen Enden



$$L = \lambda/2 \rightarrow \lambda = 2 \cdot L \quad \rightarrow v_p = \lambda \cdot f = 2 \cdot L \cdot f$$

Rubensches Flammenrohr



Schallschnelle

Schalldruck

$$L = n \cdot \lambda / 2$$

Stehende Welle: 1 festes und 1 offenes Ende



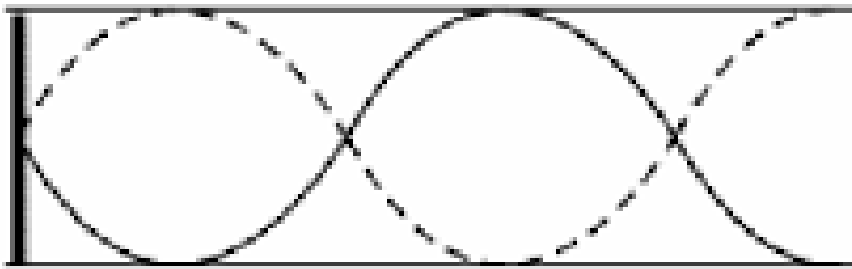
$L = \lambda/4$ 1 festes und 1 offenes Ende:
Knoten an einem Ende,
Bauch am anderen Ende

$$\leftrightarrow C(z=0) = 0$$

$$C(z=L) = \text{maximal}$$



$$L = 3 \cdot \lambda/4$$



$$L = 5 \cdot \lambda/4$$

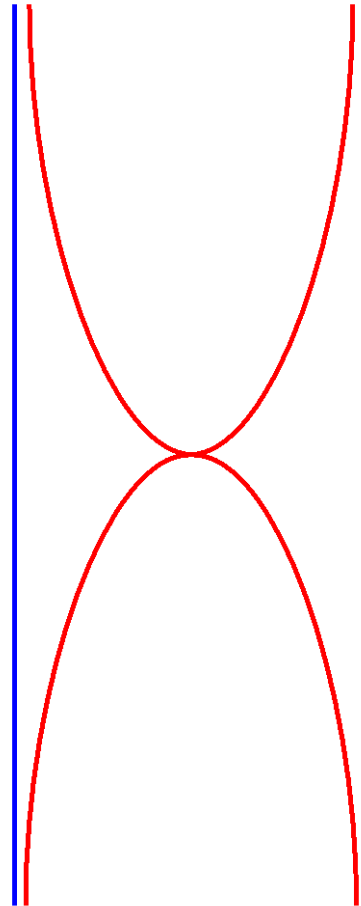


L

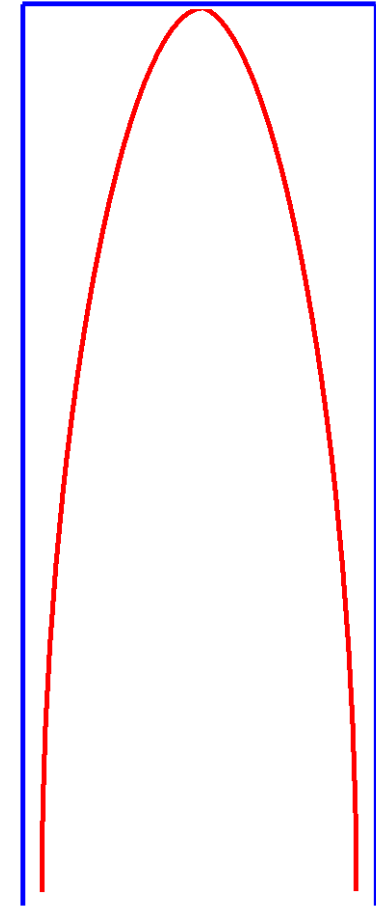
$$L = (2n+1) \cdot \lambda/4$$

$$n=0, 1, 2, \dots$$

Stehende Welle: 1 festes und 1 offenes Ende

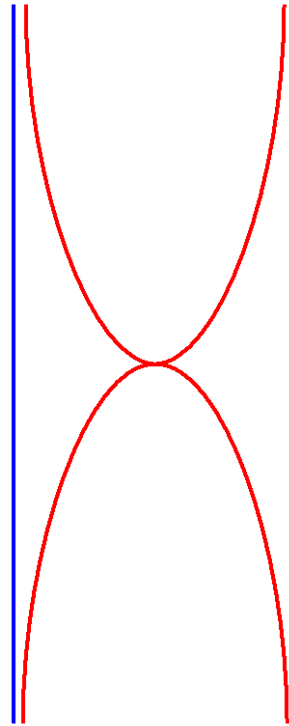


$$L = n \cdot \lambda / 2$$



$$L = (2n+1) \cdot \lambda / 4$$

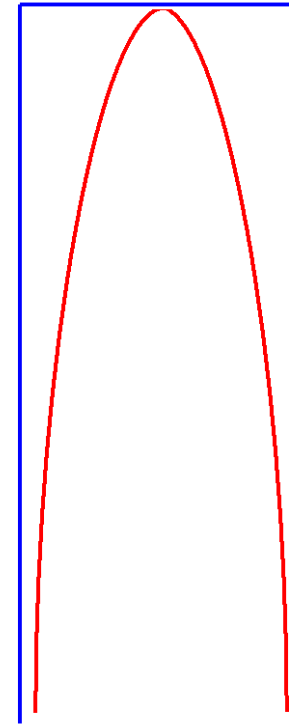
Stehende Welle: 1 festes und 1 offenes Ende



$$L = n \cdot \lambda / 2$$

$$\Rightarrow \lambda = 2L$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{c_{Luft}}{2L}$$



$$L = (2n+1) \cdot \lambda / 4$$

$$n=0 \Rightarrow L = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4L$$

$$c_{Luft} = \lambda \cdot f \quad \Rightarrow f_2 = \frac{c_{Luft}}{4L}$$

$$\Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{c_{Luft} / (2L)}{c_{Luft} / (4L)} = \frac{4L}{2L} = 2$$

$$n=1 \Rightarrow L = \frac{\lambda}{2}$$

$$c_{Luft} = \lambda \cdot f$$

Phyphox Übungsaufgabe

