**Fachbereich Mathematik**
Martin Otto
Benno van den Berg

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

# 3. Übungsblatt Formale Grundlagen der Informatik II
SS 2008

**(E3.1)** Seien $\varphi$ und $\psi$ AL-Formeln. Wie kann man das Resolutionsverfahren benutzen, um zu überprüfen, ob

(a) $\varphi$ unerfüllbar ist;

(b) $\varphi$ erfüllbar ist;

(c) $\varphi$ allgemeingültig ist;

(d) $\varphi$ nicht allgemeingültig ist;

(e) $\varphi \models \psi$;

(f) eine endliche Menge $\Phi$ von AL-Formeln unerfüllbar ist;

(g) eine unendliche Menge $\Phi$ von AL-Formeln unerfüllbar ist?

**(E3.2)**

Seien

$$\begin{aligned}\varphi &:= (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q)\\ \psi &:= (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)\,.\end{aligned}$$

Zeigen Sie mit Hilfe des Resolutionsverfahrens, dass

(a) $\varphi$ erfüllbar ist;

(b) $\varphi \models \psi$ gilt.

**(E3.3)**

Geben Sie einen Beweis des AL-Kompaktheitssatzes (Satz 4.1) direkt auf der Basis von Königs Lemma (Lemma 4.4).

Sei $\Phi = \{\varphi_i : i \in \mathbb{N}\} \subseteq \mathrm{AL}$ und für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Teilmenge $\Phi_n := \{\varphi_i : i < n\}$ erfüllbar. Fur $n \in \mathbb{N}$ sei $\mathcal{V}(n)$ die Menge derjenigen Variablen, die in $\Phi_n$ vorkommen. Wir konstruieren einen Baum $\mathcal{T}$ von (partiellen) Belegungen wie folgt:

- die Knoten auf Tiefe $n$ seien gerade diejenigen Belegungen von $\mathcal{V}(n)$, die $\Phi_n$ erfüllen.
- ein Knoten der Tiefe $n+1$, also eine Belegung $\mathcal{I} : \mathcal{V}(n+1) \to \mathbb{B}$, ist direkter Nachfolger des Knoten $\mathcal{I} \restriction \mathcal{V}(n)$ auf Tiefe $n$.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathcal{T}$ endlich verzweigt und unendlich ist.

(b) Folgern Sie mittels Königs Lemma, dass $\Phi$ erfüllbar ist.